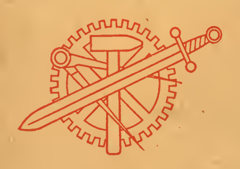
INGENIEU... SCHULE

AUFBAULEHRGANG

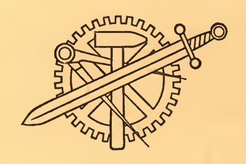


1. TEIL

SOLDATENBRIEFE ZUR BERUFSFÖRDERUNG no. 1
AUSGABE B: HANDWERKLICHE UND TECHNISCHE LEHRGÄNGE
NUR FÜR DEN GEBRAUCH INNERHALB DER WEHRMACHT

n zu bilden, in
rufsförderung"
werden soll,
rung

INGENIEUR-SCHULE
AUFBAULEHRGANG



1. TEIL

SOLDATENBRIEFE ZUR BERUFSFÖRDERUNG
AUSGABE B: HANDWERKLICHE UND TECHNISCHE LEHRGÄNGE

Im Auftrage des Oberkommandos der Wehrmacht
hergestellt durch den
Verlag Ferdinand Hirt, Breslau/Leipzig

Vorwort

Kameraden! Der Aufforderung, Arbeitsgemeinschaften zu bilden, in denen das geschriebene Wort der „Soldatenbriefe zur Berufsförderung" durch persönlichen Gedankenaustausch vertieft und ergänzt werden soll, ist in immer steigendem Maße Folge geleistet worden. Zur Erleichterung dieser Gemeinschaftsarbeit ist der erste Teil folgender Lehrgänge in je einem Band vereinigt worden:

Ausgabe A: Kaufmännische Lehrgänge:

Grundlehrgang, Allgemeiner Aufbaulehrgang,
Aufbaulehrgang für den Einzelhandelskaufmann.

Ausgabe B: Handwerkliche und technische Lehrgänge:

Die Grundlehrgänge: Bautechnik; Metallbearbeitung; Elektrotechnik; Kraftfahrtechnik; Betriebstechnik.
Die Aufbaulehrgänge: Weg zur Ingenieurschule; Weg zur Bauschule.

Ausgabe C: Landwirtschaftliche Lehrgänge: Grundlehrgang.

Ausgabe D: Allgemeinbildende Lehrgänge:

Grundlehrgang; Aufbaulehrgang. Die Sonderlehrgänge: Der Westen, Der Norden, Der Osten.

Der vorliegende Zusammendruck (1. Teil) stellt nicht nur eine gebundene Ausgabe der einzelnen Briefe dar, sondern ist die Zusammenfassung der verschiedenen Wissensgebiete zu Abschnitten. Dadurch ist eine Übersichtlichkeit erzielt, die besonders den Arbeitsgemeinschaften gute Dienste leisten wird.

Zur Unterstützung bei den Arbeiten erleichtert ein Inhaltsverzeichnis das Auffinden der einzelnen Stoffgebiete. Die Lösungen der Übungsaufgaben stehen geschlossen am Schluß des Bandes.

Diejenigen, die sich mit einzelnen Gebieten eingehender beschäftigen wollen, finden am Schluß einen kurzen Büchernachweis. Er bringt Fachbücher, die nach Inhalt, Umfang und Preis für den Soldaten geeignet sind.

Die Einheiten erhalten auf dem Dienstwege je 2 Bände für ihre Truppenbüchereien.

Die unmittelbare Belieferung an einzelne Wehrmachtangehörige erfolgt nur durch den Verlag Ferdinand Hirt, Leipzig C 1, Salomonstr. 15, gegen Voreinsendung von 1 RM. je Band einschließlich —,20 RM. Porto. Zahlung ausschließlich auf Postscheckkonto Leipzig Nr. 9418.

Inhaltsverzeichnis

Geometrie

Technisches Skizzieren und Zeichnen

Deutsch

Einführung

In dem vorliegenden Buch sollen dem zukünftigen Studierenden an Ingenieurschulen die Kenntnisse vermittelt werden, die erforderlich sind, um dem Unterricht an einer solchen Schule folgen zu können.

Welche Anforderungen werden an ihn hierfür gestellt?

Lust und Liebe zur Technik sind die ersten Voraussetzungen. Dazu gehört ein praktischer Sinn für technische Vorgänge und die Fähigkeit, auf Grund von Zeichnungen sich technische Gebilde räumlich vorstellen zu können. Alle Ingenieurschulen bieten die Ausbildungsmöglichkeit im Maschinenbau und in der Elektrotechnik. Daneben gibt es eine Reihe von Abteilungen, die nur an einzelnen Schulen geführt werden. Es sind dies die Abteilungen für Leichtbau, für Gas- und Wasserinstallation, Heizung und Lüftung, für Hüttentechnik, für Feinmechanik und Mengenanfertigung, für Feinwerktechnik, für Werkstofftechnik, für Kraft- und Betriebstechnik (Schiffsingenieurschulen). In allen diesen Abteilungen wird dem Ingenieur das Wissen übermittelt, das er neben seiner praktischen Ausbildung zur Ausübung seines Berufes braucht.

Wer in eine Ingenieurschule aufgenommen werden will, muß sich einer Ausleseprüfung unterziehen. Die amtlichen Bestimmungen über die Aufnahmebedingungen schreiben vor:

Zu der Ausleseprüfung kann nur zugelassen werden, wer das 17. Lebensjahr vollendet hat und wer eine ausreichende, mindestens zweijährige Werkstattpraxis nachweist. Es werden auch Bewerber zugelassen, die die Lehre als technischer Zeichner erfolgreich beendet und außerdem eine mindestens einjährige Werkstattpraxis nachgewiesen haben.

Nach den amtlichen Bestimmungen werden in der Ausleseprüfung folgende Fächer geprüft:

Deutsch: Kleiner Aufsatz und Diktat zum Nachweis, daß sich der Prüfling geläufig und ohne wesentliche Verstöße gegen Rechtschreibung und Zeichensetzung ausdrücken kann.

Rechnen: Die vier Grundrechnungsarten mit unbenannten und benannten Zahlen. Gewöhnliche und Dezimalbrüche. Dreisatz-, Prozent-, Zins- und Rabattrechnen. Verteilungsrechnen.

Mathematik:

a) Algebra. Die vier Grundrechnungsarten mit allgemeinen Zahlen. Gleichungen ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten. Proportionen. Potenz-, Wurzel- und Logarithmenrechnen. Quadratwurzeln. Gleichungen zweiten Grades mit einer Unbekannten.

b) Planimetrie. Winkel. Dreieck. Kongruenzsätze. Viereck. Vieleck. Flächenberechnungen. Pythagoreischer Lehrsatz. Kreislehre. Ähnlichkeitslehre. Kreisberechnungen. Konstruktionsaufgaben.

Naturlehre:

a) Physik. Allgemeine Eigenschaften der Körper. Wichte. Luftdruck. Barometer. Manometer. Bodendruck, Seitendruck und Auftrieb der Flüssigkeiten. Kommunizierende Gefäße. Wärme. Ausdehnung durch die Wärme. Verhalten des Wassers bei der Erwärmung. Dampfbildung. Magnetismus. Kompaß. Positive und negative Elektrizität. Leiter und Nichtleiter. Erzeugung von Elektrizität durch galvanische Elemente. Induktion. Wirkungen des Stromes. Elektrische Klingel. Telegraph. Fernsprecher.

b) Chemie. Physikalische und chemische Vorgänge. Element und chemische Verbindung. Atom und Molekül. Säuren, Basen, Salze. Die wichtigsten Grundstoffe. Nichtmetalle, Metalle.

Geschichte und Erdkunde: Lebensraum und Lebensweg des deutschen Volkes in großen Zügen.

Zeichnen: Skizzieren einfacher Maschinenteile. Einfache Beispiele für Ergänzungszeichnungen.

Nach bestandener Ausleseprüfung kommt die Zeit des Studiums, welches dem angehenden Fachschulingenieur die Kenntnisse vermitteln soll, die er für die Abschlußprüfung und später für die Praxis benötigt. Nach dem Bestehen dieser Prüfung öffnet sich ihm ein weites Tätigkeitsfeld innerhalb der gesamten Technik, sei es als Ingenieur in der Konstruktion, in der Fertigung oder in der Überwachung. Auch die gehobenen technischen Beamtenlaufbahnen maschinentechnischer Fachrichtung bei Reich, Ländern und Gemeinden werden ihm durch das Abschlußzeugnis der Ingenieurschulen zugänglich gemacht.

Rechnen

Die vier Grundrechnungsarten

Das Rechnen spielt im Leben des Ingenieurs eine besonders wichtige Rolle. Ganz gleich, ob er in der Dienststelle einer Behörde, im Konstruktionsbüro einer Fabrik oder im Betrieb tätig ist, immer hat er mit Zahlen zu tun. Der Konstrukteur muß seine Entwürfe auf Festigkeit, mechanische Beanspruchung, Leistung usw. berechnen können. Im Kalkulationsbüro sind Kostenanschläge aufzustellen, im Betriebsbüro Lohn- und Arbeitszeitberechnungen durchzuführen; in der Werkstätte treffen Baustoffe ein, die mengen- und gewichtmäßig abzunehmen und zu prüfen sind. Diese wenigen Sätze zeigen uns schon, daß Rechnen für den Ingenieur ein immer wiederkehrendes Arbeitsgebiet ist.

Aber es genügt nicht, daß Sie die einzelnen Rechnungsarten kennen. Sie müssen vor allem schnell und richtig rechnen können. Fehler in einem Kostenanschlag können zu Schäden führen, die oft gar nicht wiedergutzumachen sind. Irrt sich ein Techniker beim Berechnen der Tragfähigkeit seiner Bauwerke, z. B. von Kränen oder Brücken, dann können schwere Unfälle die Folge sein. Er trägt also eine hohe Verantwortung. Daher heißt es jetzt besonders fleißig üben. Nur durch immerwährende Übung erwerben Sie die nötige Sicherheit.

Das Zahlensystem ist Ihnen von der Schule her bekannt. Ebenso kennen Sie die vier Grundrechnungsarten:

das Zusammenzählen oder Addieren,
das Abziehen oder Subtrahieren,
das Malnehmen oder Multiplizieren und
das Teilen oder Dividieren.

Aus dem täglichen Leben sind Ihnen neben den ganzen Zahlen, z. B. 10 — 25 — 145 usw., auch die Dezimalbrüche bekannt, wie z. B. 0,5, 3,6, 17,75 usw. Ferner kennen Sie echte Brüche, wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ usw., und unechte Brüche, wie $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{4}$ usw.

Sie sollen nun zunächst mit diesen Zahlen die Kenntnis der Grundrechnungsarten auffrischen und üben.

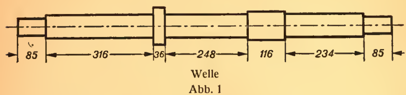
Allgemein wollen wir uns merken:

Die Niederschrift der Lösungen muß so übersichtlich ausgeführt werden, daß der Rechnende selbst und jeder Nachrechnende die Lösung überblicken und ihr folgen kann. Man sagt, die Lösung muß prüfungsfähig geschrieben sein. Infolgedessen müssen Gedankensprünge vermieden werden, die einem mit der Sache nicht Vertrauten nicht zugemutet werden können. Alle Nebenrechnungen müssen, soweit sie nicht ohne Schwierigkeit im Kopf ausgeführt werden können, übersichtlich und

deutlich geschrieben werden. Sie sind von der Hauptrechnung zu trennen, aber auf das gleiche Blatt zu schreiben.

Wir beginnen:

1. Beispiel:



Welle

Abb. 1

Wie lang ist die in Abb. 1 skizzierte Welle?

Merke: Im Maschinenbau werden in Zeichnungen alle Maße in mm angegeben.

Lösung:

	85 mm
	316 „
	36 „
	248 „
	116 „
	234 „
	85 „
Gesamtlänge:	1120 mm

Die Welle ist **1120 mm** lang.

Wir prägen uns ein: Die Zahlen sind mit ihren Ziffern genau nach dem Stellenwert untereinanderzuschreiben.

2. Beispiel: An Hand der Lagerkartei soll festgestellt werden, wieviel Schrauben sich am Lager befinden. Am Monatsanfang waren 2783 Stück vorhanden. Es wurden ausgegeben: am 2. 9. 128 Schrauben, am 3. 9. 78 Schrauben, am 4. 9. 216 Schrauben, am 5. 9. 83 Schrauben, am 6. 9. 143 Schrauben, am 7. 9. 156 Schrauben, am 8. 9. 62 Schrauben, am 9. 9. 283 Schrauben, am 10. 9. 48 Schrauben.

Wieviel Schrauben sind am 10. 9. vorhanden?

Lösung:

Bestand	am 1. 9.		2783 Stück
Ausgegeben	„ 2. 9.	128 Stück	
„	„ 3. 9.	78 „	
„	„ 4. 9.	216 „	
„	„ 5. 9.	83 „	
„	„ 6. 9.	143 „	
„	„ 7. 9.	156 „	
„	„ 8. 9	62 „	
„	„ 9. 9.	283 „	
„	„ 10. 9.	48 „	
Gesamtausgabe vom 1. bis 10. 9.			1197 „
Bestand an Schrauben am 10. 9.			1586 Stück

Am 10. 9. sind **1586** Schrauben vorhanden.

3. **Beispiel:** Ein Schlosser hat in der Woche 48 Stunden gearbeitet. Er erhält einen Stundenlohn von 87 Rpf. Wie hoch ist sein Wochenlohn?

Lösung: $48 \cdot 87 = 4176$ Rpf. = 41,76 RM.

Der Wochenlohn des Schlossers beträgt **41,76 RM.**

Nebenrechnung:

```
 48 · 87
 336
384
4176
```

Merke: Man multipliziert erst 48 mit 7, dann mit 8 und rückt hierbei eine Stelle nach links. Man kann auch umgekehrt rechnen, also:

```
 48 · 87
384
 336
4176
```

Hier wird mit der 8 begonnen, dann rückt man beim Malnehmen mit 7 um eine Stelle nach rechts. Auch ist es gleich, ob Sie rechnen: $48 \cdot 87$ oder $87 \cdot 48$. Machen Sie die Probe! Rechnen Sie in der Praxis mit der Schreibweise, die Ihnen geläufig ist!

4. **Beispiel:** Ein Betriebsführer hat für die 75 Mann starke Belegschaft zu einer Betriebsfeier 1875 RM. gestiftet. Wieviel entfällt auf jedes Gefolgschaftsmitglied?

Lösung: Geschenk für ein Gefolgschaftsmitglied: $1875 : 75 = 25$ RM.

Auf jeden Mann entfallen **25 RM.**

Nebenrechnung:

```
1875 : 75 = 25
150
 375
 375
```

5. **Beispiel:** In einer Dreherei soll ein Dampfzylinder aus Gußeisen ausgedreht werden. Der Zylinder ist 972 mm lang. Der Flansch an beiden Seiten ist ebenfalls abzudrehen. Der fertige Guß wird von einer Gießerei bezogen. Er wiegt 715 kg und kostet 40 Rpf. je kg.

Für die Bearbeitung ergeben sich folgende Arbeitszeiten:

1) Zylinder auf der Maschine ausrichten und aufspannen .... 38 Min.
2) Maschine ausrichten .... 20 „
3) Zeit für ersten Schnitt (Schruppen)
   3 mm Vorschub je Umdrehung, Tourenzahl der Maschine 2 Umdrehungen in einer Minute .... ?
4) Zeit für den zweiten Schnitt (Schlichten)
   1 mm Vorschub je Umdrehung, Tourenzahl 2 Umdrehungen in einer Minute .... ?
5) Bearbeitung des einen Flansches .... 53 „
6) Zylinder umspannen und ausrichten .... 34 „

7) Bearbeitung des anderen Flansches .... 53 Min.
8) Zylinder abspannen.. 18 „
9) Sonstige Nebenarbeiten, wie Werkzeug aus- und einspannen und nachschleifen usw. .... 36 „

Der Arbeitslohn beträgt je Stunde 80 Rpf. Für allgemeine Geschäftsunkosten, wie Abschreiben der Maschinen und Anlagen, Stromverbrauch, Verwaltung, Verzinsung der Kapitalanlagen, Steuern, soziale Beiträge usw., wird die doppelte Summe des gesamten Lohnes gerechnet.

Wie hoch sind die Selbstkosten für die Herstellung des Zylinders?

Wir bemerken zur Berechnung der Bearbeitungszeit Ziffer 3:

Die Maschine macht in der Minute 2 Umdrehungen; also ist der Vorschub in einer Minute $2 \cdot 3$ mm. Da der Zylinder 972 mm lang ist, werden zum Schruppen $\frac{972}{2 \cdot 3}$ Minuten benötigt.

Durch die gleiche Überlegung stellen wir fest, daß für die Zeit zum Schlichten $\frac{972}{2 \cdot 1}$ Minuten benötigt werden.

Lösung:

I) Werkstoffkosten:
Preis des rohen Zylinders $715 \cdot 40 = 28600$ Rpf. = 286 RM.

II) Lohnkosten:

1) Zylinder auf der Maschine ausrichten und aufspannen	38 Min.	
2) Maschine ausrichten	20 „	
3) Zeit für Schruppen: $\frac{972}{2 \cdot 3}$	162 „	
4) Zeit für Schlichten: $\frac{972}{2 \cdot 1}$	486 „	
5) Bearbeitung des einen Flansches	53 „	
6) Zylinder umspannen und ausrichten	34 „	
7) Bearbeitung des anderen Flansches	53 „	
8) Zylinder abspannen	18 „	
9) Nebenarbeiten	36 „	
	900 Min. = 15 Std.	
Lohnkosten $15 \cdot 80 = 1200$ Rpf. =		12 „
III) Allgemeine Geschäftsunkosten: $2 \cdot 12 =$		24 „
	Selbstkosten:	**322 RM.**

Die Selbstkosten für die Herstellung des Zylinders betragen 322 RM.

Übungsaufgaben

1) In einem Betriebe werden bei einer Bestandsaufnahme folgende Posten Stahl festgestellt: 3475 kg I-Stahl, 476 kg U-Stahl, 89 kg T-Stahl und 325 kg Winkelstahl. Wie groß ist der gesamte Bestand an Stahl?

2) 1 m Winkelstahl 80 · 80 · 12 wiegt 14 kg. Der Preis für 1 kg beträgt 24 Rpf. Was kosten 15 m Winkelstahl?

3) Auf einer Drehbank sollen 24 Bolzen abgedreht werden; die Arbeitszeit dauert je 56 Min. Außerdem sind 18 Bolzen abzudrehen, bei denen 1 Stück $1\frac{1}{4}$ Std. erfordert. In wieviel Stunden können alle Bolzen abgedreht werden?

4) An der Herstellung einer Maschine arbeiten 2 Arbeiter mit einem Stundenlohn von je 90 Rpf. und 5 Arbeiter mit einem Stundenlohn von je 84 Rpf. Arbeitszeit je 128 Std. Wie hoch sind die Lohnkosten?

5) Eine elektrische Bogenlampe, die 852 Stunden brennt, verursacht während dieser Brenndauer 17040 Rpf. an Betriebskosten. Wie teuer ist eine Brennstunde?

Vom Zusammenzählen und vom Abziehen

Im 1. Abschnitt haben wir die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen wiederholt. Wir wollen uns noch einige Ergänzungen dazu ins Gedächtnis zurückrufen. Auch wollen wir lernen, wie wir gewandt rechnen und die Richtigkeit unserer Rechnungen selbst überprüfen.

Beim Zusammenzählen (Addieren) war gesagt worden, daß die Zahlen mit ihren Ziffern genau nach dem Stellenwert untereinander zu schreiben sind. Jede Ziffer hat einen verschiedenen Wert je nach ihrer Stellung, und zwar stets den zehnfachen Wert von dem, den sie eine Stelle weiter nach rechts haben würde. Von rechts nach links unterscheiden wir nach der Stelle, an der eine Zahl steht: Einer, Zehner, Hunderter usw., wie es die folgende Übersicht zeigt:

Übersicht über die Stellenwerte:

Zehnmillioner	Millioner	Hunderttausender	Zehntausender	Tausender	Hunderter	Zehner	Einer
8. Stelle	7. Stelle	6. Stelle	5. Stelle	4. Stelle	3. Stelle	2. Stelle	1. Stelle
7	5	0	3	0	5	8	4

Die unter die Übersicht als Beispiel gesetzte Zahl wird gelesen: fünfundsiebenzig Millionen dreißigtausendfünfhundertvierundachtzig = 75 030 584. Der besseren Übersicht wegen schreibt man vielstellige Zahlen in Gruppen zu je drei Ziffern.

Die Zahlen, die zusammengezählt werden sollen, heißen Posten oder Summanden. Das Ergebnis heißt Summe. Da $2 + 5 + 1$ dieselbe Summe ergibt wie $5 + 1 + 2$, nämlich 8, so ergibt sich daraus:

Die Reihe der Summanden ist beliebig.

Wir können beim Zusammenzählen von Zahlenreihen entweder von oben nach unten oder von unten nach oben aufrechnen. Machen wir es uns zum Grundsatz, stets in einer Richtung durchzurechnen, dann aber zur Probe in der entgegengesetzten Richtung nachzuprüfen. Wenn man immer in der gleichen Richtung aufrechnet, ergeben sich immer dieselben

Zahlenfolgen. Dabei kann es leicht vorkommen, daß ein einmal gemachter Fehler sich beim zweiten Durchrechnen unwillkürlich wiederholt. Rechnet man aber beim zweiten Male in anderer Richtung, so wird die Zahlenfolge eine ganz andere, und der vorher gemachte Fehler kann sich nicht wiederholen. Ferner können wir beim Aufrechnen Summanden, die 10 zusammen ergeben, gleich zusammenfassen, auch wenn sie nicht unmittelbar untereinanderstehen.

1. Beispiel: Ein Maschinenteil durchläuft zu seiner Herstellung mehrere Arbeitsgänge. Die Zeit für die einzelnen Bearbeitungsgänge ist vom Kalkulationsbüro erfaßt: für Schmieden 185 Min., für Fräsen 745 Min., für Bohren 63 Min., für Drehen 1620 Min., für Zusammenbau 417 Min., für Nacharbeiten 84 Min.

Wieviel Minuten sind für die Herstellung des Maschinenteils anzusetzen?

Lösung: Gesamtherstellungszeit für das Maschinenstück:

Zeit für Schmieden	1 8 5	Min.	Rechenrichtung ↓ / Gegenrichtung als Probe ↑
„ „ Fräsen	7 4 5	„	
„ „ Bohren	6 3	„	
„ „ Drehen	1 6 2 0	„	
„ „ Zusammenbau ...	4 1 7	„	
„ „ Nacharbeiten	8 4	„	
	2 3 2		
Gesamtzeit	3 1 1 4	Min.	

Für die Herstellung des Maschinenteils sind **3114 Min.** anzusetzen.

Bei den Einern fassen wir 5 und 5, 3 und 7 zusammen und rechnen $5 + 5 = 10$, $3 + 7 = 10$, zusammen $20 + 4 = 24$. Die 4 der Zahl 24, die die Einer darstellt, wird unter die Einer gesetzt, die 2, die die Zehner darstellt, wird zu den Zehnern zugezählt. Beim Aufrechnen langer Zahlenreihen, wie sie z. B. bei Kostenermittlungen sehr oft vorkommen, ist es vorteilhaft, wenn Sie sich diese zu übertragende Zahl klein unter die betreffende Zahlenreihe schreiben. Sie können beim Arbeiten im Geschäftszimmer nicht immer ungestört bleiben. Bald klingelt der Fernsprecher, bald kommt eine andere Störung, die Sie mitten in der Rechnung zu einer Unterbrechung zwingt. Haben Sie dieses kleine Hilfsmittel angewendet, dann sparen Sie Arbeit, denn Sie brauchen nicht noch einmal ganz von vorn anzufangen. Die beiden Pfeile neben den Zahlen zeigen Ihnen, wie Sie beim Rechnen und beim Nachprüfen der Rechnung zweckmäßig verfahren. Es ist dabei gleich, mit welcher Richtung Sie beginnen.

Beim Abziehen (Subtrahieren) heißt die Zahl, von der abgezogen wird, Minuend; die Zahl, die abgezogen wird, Subtrahend; das Ergebnis Rest oder Unterschied, mit dem Fremdwort auch noch Differenz genannt. Auch für das Abziehen ist unbedingt zu beachten, daß Einer unter Einer, Zehner unter Zehner usw. geschrieben werden. Da das Abziehen die Umkehrung des Zusammenzählens ist, kann jedes Ergebnis einer solchen Aufgabe leicht überprüft werden. Der Rest und die abgezogene Zahl

ergeben zusammengezählt wieder die Zahl, von der abgezogen wurde. Hieraus ergibt sich die Möglichkeit, jede Aufgabe im Abziehen durch Ergänzung zu lösen.

2. Beispiel: Die Einrichtung einer Maschinenhalle hat 125746 RM. gekostet. Hiervon sind bis zum 1. 7. 40 86342 RM. beglichen. Wieviel RM. sind noch zu bezahlen?

Lösung:	Gesamtkosten der Maschinenhalle	125746 RM.
	Bezahlt bis 1. 7. 40	86342 „
	Noch zu zahlen	39404 RM.

Es sind noch **39404 RM.** zu bezahlen.

Wir rechnen hier: 6 weniger 2 ist 4, 4 weniger 4 ist 0, 7 weniger 3 ist 4, 5 weniger 6 geht nicht, eine Stelle von links borgen, 15 weniger 6 ist 9. Von 12 eine Stelle ab = 11 weniger 8 ist 3.

Um die Richtigkeit unserer Rechnung nachzuprüfen, rechnen wir nun:
4 und 2 ist 6, 0 und 4 ist 4, 4 und 3 ist 7
9 und 6 ist 15, 5 hingeschrieben, 3 und 1 ist 4 und 8 ist 12.

Wir können diese Aufgabe auch durch Ergänzen lösen. Dadurch führen wir sie auf die einfachste Grundrechnungsart, das Zusammenzählen, zurück. Wir machen es so, wie der Kaufmann verfährt, wenn er Ihnen beim Bezahlen eines Betrages von 65 Reichspfennig auf eine Reichsmark herausgibt. Er zählt Ihnen dann auf: 65 + 5 + 30 = 1 Reichsmark, und Sie erhalten die 35 Reichspfennig, die den Unterschied zwischen 65 Reichspfennig und einer Reichsmark ausmachen. Bei unserem Beispiel rechnen wir also:

125 746,— RM.
86 342,— „
39 404,— RM.

2 und **4** ist 6, 4 und **0** ist 4, 3 und **4** ist 7,
6 und **9** ist (1)5, 8 und 1 ist 9 und **3** ist 12.

Die fettgedruckten Zahlen werden als Ergebnis hingeschrieben. Wir vermeiden hierbei auch das sogenannte Borgen von Stellen. Welches Verfahren Sie nun wählen, ist gleich. Nehmen Sie dasjenige, das Ihnen geläufig ist.

Übungsaufgabe

6) In einer Werkstatt werden beschäftigt:

2 Gesellen	mit einem	Stundenlohn	von	96	Rpf.
3 „	„ „	„	„	92	„
4 „	„ „	„	„	86	„
3 „	„ „	„	„	82	„
2 Helfer	„ „	„	„	64	„
3 Lehrlinge	„ „	„	„	18	„
4 „	„ „	„	„	15	„

Die Arbeitszeit beträgt 8 Std. je Tag. Das Jahr wird zu 300 Arbeitstagen gerechnet. Wieviel RM. hat der Geschäftsinhaber im Jahr an Löhnen zu zahlen?

Vom Malnehmen und vom Teilen

Beim Malnehmen (Multiplizieren) heißen die beiden Zahlen, die malgenommen werden, Faktoren; das Ergebnis heißt Produkt. Wir hatten schon gesehen, daß die Reihenfolge der Faktoren beliebig ist. Man stellt daher zweckmäßig beim Malnehmen die kleinere Zahl an die zweite Stelle. Man spart dadurch Rechen- und Schreibarbeit. Wir wollen uns auch folgende Regel merken:

Man multipliziert eine Zahl mit 10, 100, 1000 usw., indem man ihr 1, 2, 3 usw. Nullen anhängt.

Beispiel: Wieviel cm^2 hat ein m^2?

Lösung: $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$, $1 \text{ m}^2 = 100 \cdot 100 = 10000 \text{ cm}^2$

1 m^2 hat **10000 cm^2.**

Merken wir uns ferner noch: Ist einer der Faktoren 0, dann ist das Ergebnis auch 0. Es ist also z. B. $0 \cdot 25 = 0$ und nicht 25 oder $0 \cdot 73 \text{ cm} = 0 \text{ cm}$ und keineswegs 73 cm.

Ein gutes Hilfsmittel, sich beim Malnehmen von der Richtigkeit einer Rechnung zu überzeugen, ist das nachträgliche Überschlagen des Ergebnisses. Zu diesem Zweck rundet man die gegebenen Zahlen ab, um das ungefähre Ergebnis leicht im Kopf ausrechnen zu können.

Beispiel: Welchen Flächeninhalt hat ein Bauplatz von 292 m Länge und 52 m Breite?

Lösung: Flächeninhalt des Bauplatzes $= 292 \cdot 52 = 15184 \text{ m}^2$

Der Bauplatz hat einen Flächeninhalt von **15184 m^2.**

Nebenrechnung:

$$\begin{array}{r} 292 \cdot 52 \\ \hline 584 \\ 1460 \\ \hline 15184 \end{array}$$

Wir überprüfen nunmehr, ob wir keinen groben Rechenfehler gemacht haben, indem wir statt der Zahlen 292 und 52 die abgerundeten Zahlen 300 und 50 malnehmen:

$$300 \cdot 50 = 15000 \text{ m}^2$$

Beim Teilen (Dividieren) heißt die Zahl, die geteilt wird, Dividend, die Zahl, durch die geteilt werden soll, Teiler oder Divisor. Das Ergebnis heißt Quotient. Das Teilen ist die Umkehrung des Malnehmens. Infolgedessen kann man jede Teilungsaufgabe dadurch nachprüfen, daß man das Ergebnis mit dem Teiler wieder malnimmt; dann muß sich wieder die zu teilende Zahl ergeben. Auch hier können wir durch Überschlagen des Ergebnisses nachprüfen, ob sich kein grober Fehler in die Rechnung eingeschlichen hat.

Beispiel: Ein Fabrikbesitzer gibt an die Gemeinde ein Grundstück von 7998 m^2 Flächeninhalt gegen ein gleich großes ab. Wie lang muß dieses Grundstück werden, wenn seine Breite zwischen zwei benachbarten mit 62 m festliegt?

Lösung: Flächeninhalt des Grundstückes = 7998 m^2
Breite des Grundstückes ...... = 62 m
also Länge = 7998 : 62 .... = 129 m

Das eingetauschte Grundstück muß **129 m lang** werden.

Nebenrechnung:

$$
\begin{array}{l}
7998 : 62 = 129 \\
\underline{62} \\
179 \\
\underline{124} \\
\;\;558 \\
\;\;\underline{558}
\end{array}
$$

Wir überschlagen nunmehr:

$$8000 : 60 = 130 \text{ m}$$

Ein grober Rechenfehler kann also nicht vorliegen.

Wenn wir prüfen wollen, ob wir fehlerfrei gerechnet haben, so nehmen wir 129 mit 62 mal.

$$129 \cdot 62 = 7998$$

Diese Probe ist einfach, wenn die Teilungsaufgabe aufgeht. Dies wird aber nicht immer der Fall sein. Oft bleibt ein Rest übrig. Nun kann man jede Teilungsaufgabe auch in anderer Form schreiben, nämlich mit Hilfe des Bruchstriches. Die Aufgabe $40 : 8 = 5$ wird in dieser Form geschrieben: $\frac{40}{8} = 5$.

In der Technik werden Sie fast ausschließlich diese Schreibweise treffen. Der Bruchstrich besagt, daß die Zahl, die über dem Bruchstrich steht, durch die Zahl unter dem Bruchstrich geteilt werden soll. Bleibt nun bei einer Teilungsaufgabe ein Rest, so ist dieser in Wirklichkeit noch zu teilen. Wir bringen das zum Ausdruck, indem wir diesen Rest in Bruchform schreiben.

Beispiel: $\frac{11}{4} = 2$ Rest 3; es ist also $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

Wollen wir bei einer solchen Teilung, die nicht aufgeht, die Probe durch die Umkehrung der Rechnungsart machen, so nehmen wir die ganze Zahl des Ergebnisses mit dem Teiler mal und zählen dann den verbleibenden Rest dazu, also:

$$2 \cdot 4 = 8, \; 8 + 3 = 11$$

Übungsaufgaben

7) Eine Werkzeugschmiede erhält den Auftrag, 85 Flachmeißel und 65 Kreuzmeißel anzufertigen. An Werkstoff wird zu diesem Auftrag benötigt:

für 1 Flachmeißel Meißelstahl von 170 mm Länge
„ 1 Kreuzmeißel „ „ 150 „ „

Wieviel m Meißelstahl sind bereitzustellen?

8) Ein Fabrikbetrieb hat zwei Lastkraftwagen. Der eine Wagen ist im Monat 2445 km gefahren und hat 915 *l* Kraftstoff verbraucht. Der andere ist 1986 km gefahren und hat 773 *l* verbraucht.

1 *l* Kraftstoff kostet 42 Rpf. Wieviel Rpf. kostet durchschnittlich 1 Fahrkilometer an Kraftstoff?

Dezimalbrüche

Das Rechnen mit ganzen Zahlen haben wir in den ersten Abschnitten besprochen. Diese ganzen Zahlen bilden aber in der Technik eine Ausnahme. Wir finden meist Zahlen, die neben den Ganzen ein Komma aufweisen. Solche Zahlen heißen Dezimalzahlen oder Dezimalbrüche. Dezimalbrüche (Zehnerbrüche) haben die Nenner 10, 100, 1000 usw. Ihre Schreibweise ist dadurch vereinfacht, daß der Nenner grundsätzlich nicht mitgeschrieben wird. Vielmehr wird der Wert des Bruches durch die Stellung der Ziffern rechts vom Komma angedeutet. Man schreibt z. B.:

2,9 statt $2\frac{9}{10}$; 37,53 statt $37\frac{53}{100}$; 245,68903 statt $245\frac{68903}{100000}$

Das Komma trennt die Ganzen von den Dezimalstellen. Auf das Komma folgen von links nach rechts die Zehntel, dann die Hundertstel, die Tausendstel, die Zehntausendstel usw.

Übersicht über den Wert der Zahlenstellen:

Links: Ganze			Komma	Rechts: Dezimalstellen				
Hunderter	Zehner	Einer		Zehntel	Hundertstel	Tausendstel	Zehntausendstel	Hunderttausendstel
dritte Stelle	zweite Stelle	erste Stelle		erste Stelle	zweite Stelle	dritte Stelle	vierte Stelle	fünfte Stelle
2	4	5		6	8	9	0	3

Vergleichen Sie diese Tabelle mit der Übersicht über die Stellenwerte bei ganzen Zahlen, die wir auf S. 15 fanden, so wird Ihnen folgendes klar: Jede Ziffer hat je nach ihrer Stellung vor dem Komma einen verschiedenen Wert, und zwar stets den zehnten Teil von dem, den sie eine Stelle weiter nach links haben würde. Diese Gesetzmäßigkeit hörte bisher bei den Einern auf, jetzt wird sie über das Komma hinaus fortgesetzt. Auf die Einer folgt das Komma, rechts vom Komma folgen die Zehntel, dann die Hundertstel usw.

Dezimalstellen liest man immer einzeln, also:

2,91 ist zu lesen: zwei, Komma, neun, eins;
13,02 ist zu lesen: dreizehn, Komma, null, zwei.

Für fehlende Zehntel, Hundertstel usw. wird an die betreffende Dezimalstelle eine Null gesetzt, die mitzulesen ist. Ebenso wird eine Null vor das Komma gesetzt, wenn die Ganzen überhaupt fehlen.

$\frac{73}{100} = 0,73$ ist zu lesen: null, Komma, sieben, drei;

$\frac{8}{1000} = 0,008$ ist zu lesen: null, Komma, null, null, acht.

Solche Dezimalbrüche ohne Ganze heißen echte Dezimalbrüche, die übrigen werden unechte Dezimalbrüche genannt.

Abrunden von Dezimalbrüchen

Dezimalbrüche behalten denselben Wert, wenn man am Ende beliebig viele Nullen anhängt oder fortläßt. Es ist nämlich

$$0,3 = \frac{3}{10}; \quad 0,30 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}; \quad 0,300 = \frac{300}{1000} = \frac{30}{100} = \frac{3}{10},$$

$$\text{also } 0,3 = 0,30 = 0,300.$$

Würde man andere Stellen fortlassen, so würde das natürlich einen Fehler bedeuten. Je nach der vorliegenden Aufgabe und dem erforderlichen Grad der Genauigkeit rechnet man in der Technik meist nur mit 2-, 3- oder 4stelligen Dezimalbrüchen. Man rundet dann die Dezimalbrüche auf die erforderliche Stellenzahl ab. Um beim Abrunden einheitlich zu verfahren, ist eine allgemein gültige Regel im Gebrauch, die folgendermaßen lautet:

Dezimalbrüche rundet man auf eine bestimmte Stellenzahl ab, indem man von dieser Stelle ab die übrigen Dezimalstellen fortläßt. Ist die erste fortfallende Ziffer kleiner als 5, so läßt man den Rest ohne weiteres fort, ist sie gleich 5 oder größer, so wird die letzte stehenbleibende Ziffer um 1 erhöht.

1. Beispiel: Der Dezimalbruch 0,370695 ist auf 4 Stellen abzurunden:

$$0,370695 \approx \underline{\underline{0,3707}}$$

Das Zeichen $\approx$ bedeutet: „nahezu gleich", „rund", „etwa".

2. Beispiel: Der Dezimalbruch 0,254432 ist auf 3 Stellen abzurunden:

$$0,254432 \approx \underline{\underline{0,254}}$$

3. Beispiel: Der Dezimalbruch 0,4308 ist auf 2 Stellen abzurunden:

$$0,4308 \approx \underline{\underline{0,43}}$$

4. Beispiel: Der Dezimalbruch 10,038 ist auf 2 Stellen abzurunden:

$$10,038 \approx \underline{\underline{10,04}}$$

5. Beispiel: Der Dezimalbruch 3,296 ist auf 2 Stellen abzurunden:

$$3,296 \approx \underline{\underline{3,30}}$$

Hier wirkt sich die Abrundung bis zur ersten Stelle hinter dem Komma aus, da 9 auf 10 erhöht werden muß und infolgedessen 2 auf 3 erhöht wird.

Zusammenzählen und Abziehen von Dezimalbrüchen

Schon bei den ganzen Zahlen hatten wir gesehen, daß sie zum Zusammenzählen und zum Abziehen genau nach ihrem Stellenwert untereinanderzustellen waren. Behalten wir diese Regel bei, so ergibt sich von selbst, daß bei Dezimalzahlen Komma unter Komma kommt und daß dann die Zahlen rechts vom Komma auch entsprechend ihren Stellenwerten untereinanderstehen. Die ganz kurze Regel für das Zusammenzählen und Abziehen lautet also:

Komma unter Komma.

1. Beispiel: Auf einem Holzlagerplatz einer Maschinenfabrik sind folgende Holzmengen aufgemessen worden: 0,358 m³ Bretter, 0,7 m³ Kanthölzer, 81,526 m³ Balken und 0,004 m³ Bohlen. Wieviel m³ sind insgesamt vorhanden?

Lösung:

Holzbestand	
Bretter	0,358 m³
Lagerhölzer	0,7 m³
Balken	81,526 m³
Bohlen	0,004 m³
Gesamtbestand	82,588 m³

Es sind insgesamt **82,588** m³ Holz vorhanden.

Es ist nicht notwendig, fehlende Dezimalstellen durch Nullen auszufüllen.

2. Beispiel: Von einem Lagerbestand von 0,3 m³ Holz werden für die Modelltischlerei 0,128 m³ verbraucht. Wieviel m³ bleiben übrig?

Lösung: Hier ist es zweckmäßig, der Zahl 0,3 noch zwei Nullen zuzufügen, um das Abziehen durchführen zu können.

Holzbestand	0,300 m³
ab Verbrauch	0,128 m³
Restbestand	0,172 m³

Es sind noch **0,172** m³ Holz auf Lager.

Wir sehen, das Komma bleibt unverändert stehen.

Übungsaufgaben

9) Für die Umzäunung eines Grundstückes ist ein Betonsockel herzustellen. Für die Vorderfront werden errechnet 2 Teile mit 3,825 m³ und 4,157 m³, für eine Seitenfront 7,14 m³, für die zweite Seitenfront 7,65 m³ und für die Hinterfront 7,905 m³. Wieviel m³ Beton sind insgesamt herzustellen?

10) Für die Belegschaft einer Werkstatt sind folgende Wochenlöhne zu zahlen: für den Vorarbeiter 54,64 RM., für Dreher A 41,76 RM., für Dreher B 40,02 RM., für Dreher C 41,76 RM., für Dreher D 40,89 RM., für Dreher E 39,36 RM., für Schlosser F 48,00 RM., für Schmied G 44,64 RM., für Schmied H 41,85 RM., für Arbeiter J 34,56 RM., für Arbeiter K 28,80 RM. und für den Lehrling L 12,00 RM. Wie groß ist die ganze Lohnsumme?

11) Zur Errichtung eines Fabrikneubaues waren 1857,368 m³ Mauerwerk berechnet worden. Infolge Änderung des Entwurfs fallen 83,42 m³ fort. Wieviel m³ bleiben auszuführen?

12) Im Werkstofflager einer Maschinenfabrik sind laut Kartei zu Anfang des Monats November 167,85 kg Messingrohr vorhanden. Im Laufe des Monats werden beschafft:

am 12. 11. 86,72 kg, am 25. 11. 56,25 kg.

An die Werkstatt wurden ausgegeben:

am 4. 11. 23,45 kg,	am 8. 11. 41,26 kg,	am 11. 11. 32,85 kg,
„ 14. 11. 27,38 „	„ 19. 11. 36,82 „	„ 23. 11. 16,95 „
„ 24. 11. 8,68 „	„ 28. 11. 35,76 „	

Wie hoch ist der Bestand an Messingrohr am Ende des Monats?

Malnehmen von Dezimalbrüchen

Soll ein Dezimalbruch mit einer ganzen Zahl malgenommen werden, so kann man diese Aufgabe auf ein einfaches Zusammenzählen zurückführen. 0,7 · 4 heißt nichts anderes als 0,7 + 0,7 + 0,7 + 0,7. Das Ergebnis lautet 2,8. Wir sehen daraus, daß das Malnehmen ohne Rücksicht auf das Komma erfolgt. Die Regel hierfür lautet:

Ein Dezimalbruch wird mit einer ganzen Zahl malgenommen, indem man ohne Rücksicht auf das Komma malnimmt. Im Ergebnis streicht man von rechts nach links so viel Dezimalstellen ab, wie der Dezimalbruch hat.

1. Beispiel: 0,7 · 12 = 8,4 (eine Dezimalstelle)
2. Beispiel: 3,2 · 4 = 12,8 (eine Stelle)
3. Beispiel: 0,07 · 2 = 0,14 (zwei Stellen)
4. Beispiel: 0,008 · 5 = 0,040 (drei Stellen) = 0,04
5. Beispiel: 0,0102 · 15 = 0,1530 (vier Stellen) = 0,153
6. Beispiel: Ein I-Träger von 4,80 m Länge wiegt 85,92 kg. Wie groß ist das Gewicht von 5 I-Trägern gleicher Länge?

Lösung: Gewicht von 5 I-Trägern: 85,92 kg · 5 = 429,6 kg.

5 I-Träger von je 4,80 m Länge wiegen **429,6 kg.**

Nebenrechnung: 85,92 · 5

429,60

Der Dezimalbruch hat zwei Stellen hinter dem Komma, folglich sind im Ergebnis 2 Stellen von rechts her abzustreichen. Die 0 am Schluß der Zahl kann im Ergebnis fortgelassen werden, beim Abstreichen der Stellen ist sie aber unbedingt zu berücksichtigen.

Sehr einfach ist das Malnehmen eines Dezimalbruches mit 10, 100, 1000 usw. Soll z. B. 0,52 · 10 ausgerechnet werden, so ergibt zunächst das Malnehmen der Ziffern 52 · 10 = 520. Hiervon sind nach der vorstehenden Regel 2 Stellen abzustreichen, so daß das Ergebnis lautet:

0,52 · 10 = 5,2.

Wir sehen, das Komma ist um eine Stelle weiter nach rechts gerückt.

18,435 · 100 ergibt 1843,500; denn 18 435 · 100 ist gleich 1 843 500, wovon 3 Stellen abgestrichen werden müssen. Hier ist das Komma 2 Stellen nach rechts gerückt. Daraus ergibt sich:

Ein Dezimalbruch wird mit 10, 100, 1000 usw. malgenommen, indem man das Komma eine, zwei, drei usw. Stellen weiter nach rechts rückt. Die Stellenzahl, um die sich das Komma verschiebt, ist gleich der Anzahl der Nullen.

Diese Regel wird besonders bei der Umwandlung von Maßen angewendet.

1. Beispiel: 23,5 cm sollen in mm umgewandelt werden.
Lösung: 1 cm = 10 mm, folglich 23,5 cm = 23,5 · 10 = 235 mm
23,5 cm sind gleich **235 mm.**

2. Beispiel: 4,25 m sollen in cm umgewandelt werden.
Lösung: 1 m = 100 cm, folglich 4,25 m = 4,25 · 100 = 425 cm
4,25 m sind gleich **425 cm.**

3. Beispiel: 25,4 cm^2 sind in mm^2 umzuwandeln.
Lösung: 1 cm^2 = 10 · 10 = 100 mm^2, folglich 25,4 cm^2 = 25,4 · 100 = 2540 mm^2
25,4 cm^2 sind gleich **2540 mm^2.**

4. Beispiel: 25,6354 t sind in kg umzuwandeln.
Lösung: 1 t = 1000 kg, folglich 25,6354 t = 25,6354 · 1000 = 25635,4 kg
25,6354 t sind gleich **25 635,4 kg.**

5. Beispiel: 2,56 m^3 sind in dm^3 umzuwandeln.
Lösung: 1 m^3 = 10 · 10 · 10 = 1000 dm^3, folglich 2,56 m^3 = 2,56 · 1000 = 2560 dm^3
2,56 m^3 sind gleich **2560 dm^3**, oder, da 1 dm^3 = 1 *l* ist,
sind 2,56 m^3 gleich **2560 *l*.**

Die vorstehende Regel kann man auch anwenden, wenn ein Dezimalbruch mit einer ganzen Zahl malzunehmen ist, die ein Vielfaches von 10, 100 usw. darstellt.

Beispiel: U-Stahl [8 wiegt je m 8,64 kg. Wie schwer sind 40 m [8?
Lösung: Gewicht von 40 m [8 = 40 · 8,64 = 4 · 10 · 8,64 = 4 · 86,4 = 345,6 kg
40 m [8 wiegen **345,6 kg.**

Merke: [8 bedeutet einen Stabstahl mit U-förmigem Querschnitt von 8 cm Höhe.

Sollen zwei Dezimalbrüche miteinander malgenommen werden, so rechnet man folgendermaßen: Es ist 0,4 · 0,2 auszurechnen. Wir erinnern uns, daß $0{,}4 = \frac{4}{10}$ und $0{,}2 = \frac{2}{10}$ ist. $\frac{4}{10} \cdot \frac{2}{10}$ ergibt $\frac{8}{100}$, als Dezimalbruch geschrieben 0,08. Soll 0,3 · 0,26 ausgerechnet werden, so ist $0{,}3 = \frac{3}{10}$, $0{,}26 = \frac{26}{100}$, $\frac{3}{10} \cdot \frac{26}{100}$ ist gleich $\frac{78}{1000} = 0{,}078$. Wir sehen, die Ziffern der

Dezimalbrüche werden wieder miteinander malgenommen, das Komma rückt dabei an eine Stelle, die sich aus der Stellenzahl der beiden miteinander malzunehmenden Dezimalbrüche ergibt. Im ersten Falle hatten beide Dezimalbrüche je eine Stelle hinter dem Komma, das Ergebnis zeigt 2 Stellen hinter dem Komma. Im zweiten Falle hatte der erste Dezimalbruch eine Stelle, der zweite 2 Stellen, das Ergebnis 3 Stellen hinter dem Komma.

Daraus ergibt sich folgende Regel:

Dezimalbrüche werden ohne Rücksicht auf das Komma malgenommen. Im Ergebnis streicht man von rechts nach links so viel Dezimalstellen ab, wie beide Dezimalbrüche zusammen besitzen.

Beispiel: Ein Aluminiumgußstück wiegt 67,5 kg. 1 kg Guß wird mit 2,85 RM. berechnet. Wie teuer ist das Gußstück?

Lösung: Kosten des Gußstückes: $67{,}5 \cdot 2{,}85 = 192{,}38$ RM.
Das Aluminiumgußstück kostet **192,38 RM.**

Nebenrechnung:

```
   67,5 · 2,85
   3375
  5400
 1350
 192,375
```

Die beiden Dezimalbrüche haben zusammen 3 Stellen, also sind im Ergebnis 3 Stellen von rechts her abzustreichen. Da es sich um Reichsmark und Reichspfennig handelt, wird das Ergebnis auf 2 Stellen hinter dem Komma abgerundet.

Übungsaufgabe

13) Für die Herstellung einer Wasserpumpe sind folgende Werkstoffe erforderlich

1436,5 kg	Gußeisen	zu 0,43 RM./kg	
98,4 „	Stahlguß	„ 1,56	„ / „
73,8 „	Stahl	„ 0,28	„ / „
24,7 „	Rotguß	„ 3,45	„ / „

Wie hoch sind die Werkstoffkosten für die Herstellung der Wasserpumpe?

Teilen von Dezimalbrüchen

Wir haben beim Malnehmen von Dezimalbrüchen gesehen, daß wir zunächst ohne Berücksichtigung des Kommas rechnen konnten. Erst am Schluß der Rechnung wurde die Stellung des Kommas im Ergebnis nach bestimmten Regeln festgelegt. Ähnlich verfahren wir auch beim Teilen von Dezimalbrüchen. Zunächst sei ein Dezimalbruch durch eine ganze Zahl zu teilen, z. B. 30,75 durch 3. Wenn wir zuerst ohne Berücksichtigung des Kommas teilen, so ergibt $3075 : 3 = 1025$. Daß dieses Ergebnis nicht richtig sein kann, ist klar. Wir wissen, daß $30 : 3 = 10$

ist; daraus folgt, daß das Komma im Ergebnis hinter der zweiten Ziffer stehen muß, also ergibt 30,75 : 3 = 10,25. 145,64 : 4 ergibt 36,41. Die Richtigkeit können Sie durch die Probe 36,41 · 4 = 145,64 feststellen. Führen wir in diesem Beispiel das Teilen durch:

145,64 : 4, 14 : 4 = 3 Rest 2, 25 : 4 = 6 Rest 1. Jetzt wird in der zu teilenden Zahl das Komma überschritten. Im Ergebnis stand es hinter der 6, also setzen wir es nun dorthin und rechnen einfach weiter, 16 : 4 = 4 Rest 0, 4 : 4 = 1. Wir stellen also folgende Regel fest:

Ein Dezimalbruch wird durch eine ganze Zahl genau so geteilt, als ob er eine ganze Zahl wäre, wobei man das Komma im Ergebnis setzt, sobald es in der zu teilenden Zahl überschritten wird.

1. Beispiel: 12,48 : 6 = 2,08 3. Beispiel: 0,198 : 11 = 0,018

2. Beispiel: 125,065 : 5 = 25,013 4. Beispiel: 0,02725 : 25 = 0,00109

5. Beispiel: In einer Rechnung sind 475 kg Stabaluminium mit 1353,75 RM. berechnet. Was kostet 1 kg Stabaluminium?

Lösung: 475 kg Stabaluminium kosten 1353,75 RM. Mithin kostet 1 kg Stabaluminium 1353,75 : 475 = 2,85 RM.

Der Preis für 1 kg Stabaluminium beträgt **2,85 RM.**

Nebenrechnung:

```
1353,75 : 475 = 2,85
 950
 ----
 4037
 3800
 ----
  2375
  2375
  ----
   —
```

Probe:

```
475 · 2,85
  2375
 3800
 950
-------
1353,75
```

Die bisher behandelten Teilungsaufgaben gingen ohne Rest auf. Geht die Rechnung nicht auf, so rechnet man folgendermaßen:

Beispiel:

Lösung a)

```
335,54 : 15 = 22,36
30
--
 35
 30
 --
  55
  45
  --
  104
   90
  ---
Rest: 14
```

Lösung b)

```
335,54000 : 15 = 22,36933
30
--
 35
 30
 --
  55
  45
  --
  104
   90
  ---
   140
   135
   ---
     50
     45
     --
     50
```

In Lösung a ergibt sich ein Rest von 14. Für praktische Aufgaben ist ein solches Ergebnis im allgemeinen nicht brauchbar. Nun wissen wir, daß man an einen Dezimalbruch beliebig viele Nullen anfügen kann, ohne daß sein Wert sich ändert. Wenn wir das hier tun, so können wir in der Lösung b weiterrechnen. Wir sehen, die Aufgabe geht hier nie auf, denn es folgt als weitere Stelle immer die 3. Es ist auch nicht erforderlich, noch mehr Stellen zu berechnen, da ja die Zahlen meist eine Bezeichnung führen, durch die die erforderliche Stellenzahl sich von selbst bestimmt. Handelt es sich um Reichsmark und -pfennig oder um m, so genügen 3 Stellen. Abgerundet wird dann nach der üblichen Regel, die wir schon kennen, auf 2 Stellen hinter dem Komma. Bei m^3 braucht man oft noch die 4. Stelle, um danach den Wert der 3. Stelle hinter dem Komma bestimmen zu können. Soll in unserem Beispiel auf 3 Stellen abgerundet werden, so ergibt sich: $22{,}36933 \approx 22{,}369$.

Wir stellen also fest, daß die Regel für das Teilen von Dezimalbrüchen auch in diesem Fall gültig ist. Die anzufügenden Nullen schreibt man in der Aufgabe selbst nicht mit, sondern setzt sie als heruntergeholte Stellen dazu (s. folgendes Beispiel).

1. Beispiel: 12,2 : 7. Das Ergebnis ist auf 3 Stellen abzurunden.

Lösung: $12{,}2 : 7 = 1{,}7428 \approx 1{,}743$

7
52
49
30
28
20
14
60
56
4

12,2 : 7 — **1,743.**

2. Beispiel: Ein Bauplatz für eine Werkstatt von 2480 m^2 Flächeninhalt ist für 12281,45 RM. gekauft worden. Wie teuer wurde 1 m^2 bezahlt?

Lösung: 2480 m^2 kosten 12281,45 RM., dann kostet 1 m^2 12281,45 : 2480 = 4,952 RM.
1 m^2 wurde mit **4,95 RM.** bezahlt.

Nebenrechnung:

$12281{,}45 : 2480 = 4{,}952 \approx 4{,}95$

9920
23614
22320
12945
12400
5450
4960

Genau so einfach wie das Malnehmen eines Dezimalbruches mit 10, 100 usw. ist auch das Teilen durch 10, 100, 1000 usw. Soll 27,5 durch 10 geteilt werden, so rechnet man 27,5 : 10 = 2. Nun folgt das Komma,

der Rest beträgt 7, dazu wird die 5 heruntergeholt. Das ergibt 75 : 10 = 7, Rest 5, dazu eine 0 angefügt, ergibt 50 : 10 = 5, so daß das Ergebnis lautet: 2,75. Wir sehen, das Komma ist um eine Stelle weiter nach links gerückt. Soll 152,45 durch 100 geteilt werden, so ergibt das, wenn wir die Teilung durchführen:

```
152,45 : 100 = 1,5245
100
 524
 500
  245
  200
   450
   400
    500
    500
    ———
```

Hier ist das Komma um 2 Stellen nach links verschoben. An den Ziffern ändert sich natürlich nichts. Daraus ergibt sich folgende Regel:

Ein Dezimalbruch wird durch 10, 100, 1000 usw. geteilt, indem man das Komma um so viele Stellen nach links rückt, wie 10, 100, 1000 usw. Nullen besitzen.

Diese Regel spielt wieder eine wichtige Rolle bei der Umwandlung von Maßen.

1. Beispiel: 536,5 mm sind in cm umzuwandeln.

Lösung: 10 mm = 1 cm, folglich 536,5 mm = 536,5 : 10 = 53,65 cm
536,5 mm sind gleich **53,65 cm.**

2. Beispiel: 1548,8 cm sind in m umzuwandeln.

Lösung: 100 cm = 1 m, folglich 1548,8 cm = 1548,8 : 100 = 15,488 m
1548,8 cm sind gleich **15,488 m.**

3. Beispiel: 4630,7 cm^2 sind in dm^2 umzuwandeln.

Lösung: 100 cm^2 = 1 dm^2, folglich 4630,7 cm^2 = 4630,7 : 100 = 46,307 dm^2
4630,7 cm^2 sind gleich **46,307 dm^2.**

4. Beispiel: 4840,5 kg sind in t umzuwandeln.

Lösung: 1000 kg = 1 t, folglich 4840,5 kg = 4840,5 : 1000 = 4,8405 t
4840,5 kg sind gleich **4,8405 t.**

5. Beispiel: 545,2 *l* sind in m^3 umzuwandeln.

Lösung: 1000 *l* = 1000 dm^3 = 1 m^3, folglich 545,2 *l* = 545,2 : 1000 = 0,5452 m^3
545,2 *l* sind gleich **0,5452 m^3.**

Die Regel kann auch dann Anwendung finden, wenn ein Dezimalbruch durch eine Zahl geteilt werden soll, die ein Vielfaches von 10, 100 usw. darstellt.

Beispiel: Ein Arbeiter hat in einem Jahre (= 300 Arbeitstage) insgesamt 1528,60 RM. verdient. Wie hoch ist sein durchschnittlicher Tagesverdienst?

Lösung: Es ist zu teilen: 1528,60 : 300. Man teilt zunächst durch 100, indem man das Komma um 2 Stellen nach links verschiebt. Das ergibt: 15,2860. Diese Zahl ist nun noch durch 3 zu teilen. Das läßt sich leicht im Kopf ausrechnen und ergibt: 15,286 : 3 = 5,0953. Dieses Ergebnis wird auf 2 Stellen hinter dem Komma abgerundet und ergibt 5,10 RM.

Der Arbeiter verdient am Tage durchschnittlich **5,10 RM.**

Am häufigsten wird die Aufgabe zu lösen sein, einen Dezimalbruch durch einen zweiten zu teilen. Nun kann man aber nicht 10,53 durch 2,5 teilen, da man nicht ein Ganzes in 2,5 Teile zerlegen kann. Es bleibt für das Ergebnis einer Teilung gleich, wenn beide zu teilenden Zahlen mit 10, 100 usw. malgenommen werden. 10 : 5 ergibt 2, desgleichen gibt 100 : 50 ebenfalls 2. Wenden wir diese Umwandlung bei unserem Beispiel an, so wird aus 10,53 : 2,5 durch Erweitern mit 10: 105,3 : 25. Jetzt ist die Aufgabe zu lösen. Es ergibt:

```
105,3 : 25 = 4,212
100
  53
  50
   30
   25
    50
    50
    --
```

Die Probe zeigt uns, daß das Ergebnis auch für unsere ursprünglich gestellte Aufgabe richtig ist, denn es ist:

```
 4,212 · 2,5
 21060
 8424
 10,5300 = 10,53
```

Hieraus ergibt sich folgende Regel:

Man teilt zwei Dezimalbrüche, indem man zunächst das Komma in beiden Zahlen um so viele Stellen nach rechts rückt, wie der Teiler besitzt. Dadurch wird der Teiler eine ganze Zahl.

1. Beispiel: 34,51 : 3,4.

Lösung: Beide Zahlen werden mit 10 malgenommen.

```
34,51 : 3,4 = 345,1 : 34 = 10,15
              34
               51
               34
               170
               170
               ---
```

Probe:

```
 10,15 · 3,4
  4060
 3045
 34,510
```

34,51 : 3,4 = **10,15.**

2. Beispiel: 105,5 : 3,52.

Lösung: Beide Zahlen werden mit 100 malgenommen, wobei an die erste Zahl eine 0 anzufügen ist.

```
105,5 : 3,52 =
    10550 : 352 = 29,971 ≈ 29,97
     704
     ———
     3510
     3168
     ————
      3420
      3168
      ————
       2520
       2464
       ————
         560
         352
         ———
         208
    105,5 : 3,52 ≈ 29,97.
```

3. Beispiel: 0,543 : 12,5.

Lösung: Beide Zahlen werden mit 10 malgenommen.

```
0,543 : 12,5 =   5,43 : 125 = 0,04344 ≈ 0,0434
                 500
                 ———
                  430
                  375
                  ———
                   550
                   500
                   ———
                    50
        0,543 : 12,5 ≈ 0,0434.
```

Übungsaufgaben

14) Ein I-Stahl von 5,85 m Länge wiegt 153,86 kg. Wie schwer ist 1 laufendes m dieses I-Stahls?

15) Eine Schraube M 36 wird mit 3435 kg Zug beansprucht. Der Kernquerschnitt ist nach Tabelle 7,279 cm². Wieviel kg beträgt die Zugbeanspruchung je cm²?

16) Eine 1835 mm lange Welle ist abzudrehen. Der Vorschub des Drehstahls beträgt laut Drehbanktabelle 14,5 mm je Minute. Wie lange dauert das Abdrehen der Welle?

Die Teilbarkeit der Zahlen

Wenn eine Teilungsaufgabe ohne Rest aufgeht, so bedeutet das, daß die zu teilende Zahl durch den Teiler teilbar ist. Solche Zahlen, die durch andere teilbar sind, heißen zusammengesetzte Zahlen. Zahlen, die nur durch 1 oder durch sich selbst teilbar sind, heißen Primzahlen. Primzahlen sind z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 usw.

Die zusammengesetzten Zahlen lassen sich durch Malnehmen aus Primzahlen bilden, z. B. $6 = 2 \cdot 3$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ usw.

Die Zerlegung einer Zahl in Primzahlen (Primfaktoren) ist besonders wichtig bei der Bruchrechnung. Die Regeln für die Teilbarkeit der Zahlen seien hier kurz zusammengestellt.

1) Eine Zahl ist durch 10, 100, 1000 usw. teilbar, wenn am Ende eine, zwei, drei usw. Nullen stehen.

Beispiele: 750 ist teilbar durch 10 — 750 : 10 = 75
14300 „ „ „ 100 — 14300 : 100 = 143
23000 „ „ „ 1000 — 23000 : 1000 = 23

2) Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn am Ende eine gerade Zahl (2, 4, 6, 8 oder 0) steht.

Beispiele: 22 ist teilbar durch 2 — 22 : 2 = 11
134 „ „ „ 2 — 134 : 2 = 67
5326 „ „ „ 2 — 5326 : 2 = 2663
15458 „ „ „ 2 — 15458 : 2 = 7729
450 „ „ „ 2 — 450 : 2 = 225

3) Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die aus den beiden letzten Ziffern bestehende Zahl durch 4 teilbar ist.

Beispiele: 428 ist durch 4 teilbar, da 28 durch 4 teilbar ist:
428 : 4 = 107
125236 ist durch 4 teilbar, da 36 durch 4 teilbar ist:
125236 : 4 = 31309

4) Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn die aus den drei letzten Ziffern bestehende Zahl durch 8 teilbar ist.

Beispiele: 8104 ist durch 8 teilbar, da 104 durch 8 teilbar ist:
8104 : 8 = 1013
16136 ist durch 8 teilbar, da 136 durch 8 teilbar ist:
16136 : 8 = 2017

5) Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn am Ende eine 5 oder 0 steht.

Beispiele: 15 ist durch 5 teilbar — 15 : 5 = 3
640 „ „ 5 „ — 640 : 5 = 128
3578465 „ „ 5 „ — 3578465 : 5 = 715693

6) Eine Zahl ist durch 25 teilbar, wenn am Ende 25, 50, 75 oder 00 steht.

Beispiele: 725 ist durch 25 teilbar — 725 : 25 = 29
94350 „ „ 25 „ — 94350 : 25 = 3774
90975 „ „ 25 „ — 90975 : 25 = 3639
41300 „ „ 25 „ — 41300 : 25 = 1652

7) Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

Die Quersumme einer Zahl wird gebildet durch Zusammenzählen der Ziffern, aus denen die Zahl besteht.

Beispiele:

21 ist durch 3 teilbar, da die Quersumme $2 + 1 = 3$ ist.
$21 : 3 = 7$

267 ist durch 3 teilbar, da die Quersumme $2 + 6 + 7 = 15$ ist.
$267 : 3 = 89$

125841 ist durch 3 teilbar, da die Quersumme $1 + 2 + 5 + 8 + 4 + 1 = 21$ ist.
$125841 : 3 = 41947$

49803 ist durch 3 teilbar, da die Quersumme $4 + 9 + 8 + 0 + 3 = 24$ ist.
$49803 : 3 = 16601$

36085 ist dagegen nicht durch 3 teilbar, da die Quersumme
$3 + 6 + 0 + 8 + 5 = 22$
ergibt und nicht durch 3 teilbar ist.

8) Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.

Beispiele:

27 ist durch 9 teilbar, da die Quersumme $2 + 7 = 9$ ist.
$27 : 9 = 3$

549 ist durch 9 teilbar, da die Quersumme $5 + 4 + 9 = 18$ ist.
$549 : 9 = 61$

564813 ist durch 9 teilbar, da die Quersumme $5 + 6 + 4 + 8 + 1 + 3 = 27$ ist.
$564813 : 9 = 62757$

62757 ist noch mal durch 9 teilbar, da die Quersumme $6 + 2 + 7 + 5 + 7 = 27$ ist.
$62757 : 9 = 6973$

56738 ist dagegen nicht durch 9 teilbar, da die Quersumme $5 + 6 + 7 + 3 + 8 = 29$ ergibt. Diese Zahl läßt sich aber durch 9 nicht teilen.

Für die Teilbarkeit durch 7 gibt es keine Regel. Sie muß also durch Versuch überprüft werden.

Ein wertvolles Hilfsmittel beim Aufsuchen von Teilern größerer Zahlen ist auch die Beherrschung des großen Einmaleins. Die nachstehende Zahlentafel soll Ihnen Gelegenheit geben, sich das große Einmaleins einzuprägen.

1	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11
2	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22
3	60	57	54	51	48	45	42	39	36	33
4	80	76	72	68	64	60	56	52	48	44
5	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55
6	120	114	108	102	96	90	84	78	72	66
7	140	133	126	119	112	105	98	91	84	77
8	160	152	144	136	128	120	112	104	96	88
9	180	171	162	153	144	135	126	117	108	99
10	200	190	180	170	160	150	140	130	120	110
11	220	209	198	187	176	165	154	143	132	121
12	240	228	216	204	192	180	168	156	144	
13	260	247	234	221	208	195	182	169		
14	280	266	252	238	224	210	196			
15	300	285	270	255	240	225				
16	320	304	288	272	256					
17	340	323	306	289						
18	360	342	324							
19	380	361								
20	400									

Mit Hilfe der vorstehend zusammengestellten Regeln läßt sich jede Zahl rasch in ihre Primfaktoren zerlegen.

Beispiel: Die Zahl 420 ist in Primfaktoren zu zerlegen. 420 ist teilbar durch 10, wie wir sofort sehen. Es ist zweckmäßig, möglichst gleich den größten Teiler zu suchen, da man dadurch am schnellsten zum Ziele kommt. $420 : 10 = 42$. Die Quersumme von 42 ist 6, folglich ist 42 teilbar durch 3. $42 : 3 = 14$. 14 ist $2 \cdot 7$. Wir haben also jetzt zerlegt $420 = 10 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7$. Zerlegen wir noch 10 in $2 \cdot 5$, so erhalten wir $420 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7$. Diese Primzahlen ordnen wir ihrer Größe nach und schreiben

$$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Die Probe auf die richtige Zerlegung besteht darin, daß man die einzelnen Faktoren miteinander malnimmt. Dann muß sich wieder die zerlegte Zahl ergeben. In unserem Beispiel ist $2 \cdot 2 = 4$; $4 \cdot 3 = 12$; $12 \cdot 5 = 60$; $60 \cdot 7 = 420$. Führen Sie diese Probe stets durch!

Nach Zerlegung einer Zahl in ihre Primfaktoren kann man leicht die verschiedenen Teiler der Zahl ermitteln. Einmal sind es natürlich die Primfaktoren selbst, durch die die Zahl teilbar ist, dann aber auch die Produkte aus zwei oder mehr dieser Primfaktoren.

Beispiel: Die Zahl 150 ist in Primfaktoren zu zerlegen.
Ihre Teiler sind festzustellen.

Lösung: 150 ist teilbar durch 10. $150 : 10 = 15$. 15 ist teilbar durch 5. $15 : 5 = 3$. Da $10 = 2 \cdot 5$ ist, ergibt sich:

Die Primfaktoren von 150 sind: $\mathbf{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5}$.

Aus diesen 4 Primzahlen lassen sich folgende Produkte bilden:

$$2 \cdot 3 = 6;\ 2 \cdot 5 = 10;\ 3 \cdot 5 = 15;\ 5 \cdot 5 = 25;\ 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30;$$
$$2 \cdot 5 \cdot 5 = 50;\ 3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$$

Die Zahl 150 hat also folgende Teiler: **2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75.**

Das kleinste gemeinsame Vielfache mehrerer Zahlen

Unter dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen zweier oder mehrerer Zahlen versteht man die kleinste Zahl, die durch alle gegebenen Zahlen ohne Rest teilbar ist. Die beiden Zahlen 8 und 12 z. B. haben unter ihren Vielfachen verschiedene gemeinsam.

Vielfache von 8 sind: 16, $\underline{24}$, 32, 40, $\underline{48}$, 56, 64, $\underline{72}$ usw.

Vielfache von 12 sind: $\underline{24}$, 36, $\underline{48}$, 60, $\underline{72}$ usw.

Von diesen Vielfachen sind den beiden Zahlen 8 und 12 gemeinsam: 24, 48, 72. Die kleinste dieser Zahlen ist 24. 24 ist sowohl durch 8 als auch durch 12 teilbar.

Das kleinste gemeinsame Vielfache findet man durch Zerlegen der gegebenen Zahlen in ihre Primfaktoren.

1. Beispiel: Es ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 5, 6 und 14 aufzusuchen.

Lösung: Wir stellen die gegebenen Zahlen zusammen, wie es uns das nebenstehende Schema zeigt, und zerlegen sie in ihre Primfaktoren. Wir stellen fest, daß die Zahl 2 sowohl in 6 als auch in 14 enthalten ist. Wir können daher die zweite 2 streichen und erhalten als kleinstes gemeinsames Vielfaches $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$. Würden wir die zweite 2 nicht fortlassen, so käme als Vielfaches $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$ heraus. Diese Zahl ist aber nicht die kleinste, die durch alle gegebenen teilbar ist. Machen wir mit 210 die Probe: $210 : 5 = 42$; $210 : 6 = 35$; $210 : 14 = 15$.

5	5
6	$2 \cdot 3$
14	$\not{2} \cdot 7$

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$

Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 5, 6 und 14 ist **210.**

2. Beispiel: Es ist das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 6, 3, 4, 12 und 18 aufzusuchen.

Lösung: Hier kann die zweite 3 gestrichen werden, da sie schon in $6 = 2 \cdot 3$ enthalten ist. Bei der Zahl 4 streichen wir eine 2, die zweite muß jedoch stehenbleiben, da sonst das gesuchte Vielfache nicht durch 4 teilbar wäre. Bei 12 können wir nun die 2 zweimal streichen, ebenso auch die 3. Bei 18 fällt ebenfalls die 2 und eine 3 fort, die zweite 3 bleibt wieder stehen. Als Ergebnis erhalten wir $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$. Machen wir die Probe: $36 : 6 = 6$;

6	$2 \cdot 3$
3	$\not{3}$
4	$\not{2} \cdot 2$
12	$\not{2} \cdot \not{2} \cdot \not{3}$
18	$\not{2} \cdot \not{3} \cdot 3$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

$36:3 = 12$; $36:4 = 9$; $36:12 = 3$; $36:18 = 2$. Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 6, 3, 4, 12 und 18 ist **36**.

Diese Teilbarkeit des gefundenen Vielfachen können wir auch aus den als Ergebnis gefundenen Primzahlen sofort ablesen, da ja jeder Teiler dort mit seinen Faktoren enthalten ist. Man braucht ihn nur aus der Zahlenreihe herauszunehmen, dann ergeben die übrigbleibenden Faktoren sofort, wie oft er in dem Vielfachen enthalten ist. Im letzten Beispiel hatten wir als Ergebnis $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$ erhalten. Nehmen wir hier $2 \cdot 2 = 4$ heraus, so bleibt $3 \cdot 3 = 9$ übrig, nehmen wir $2 \cdot 3 = 6$ heraus, so bleibt $2 \cdot 3 = 6$ übrig usw.

Übungsaufgaben

17) Stellen Sie fest, ob die nachstehenden Zahlen durch 2, 4, 8, 5, 3, 9 oder 10 teilbar sind: 56, 124, 36648, 57528, 78000, 72630!

18) Die nachstehenden Zahlen sind in ihre Primfaktoren zu zerlegen: 42, 78, 105, 120, 117, 1260, 375, 2520.

19) Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 3, 5, 7, 10 und 12 ist zu suchen.

20) Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 22, 30, 66 ist zu suchen.

Echte Brüche, unechte Brüche, gemischte Zahlen

Ein Bruch entsteht, wie Abb. 2 zeigt, wenn man ein Ganzes in eine Anzahl gleicher Teile teilt und einen oder mehrere Teile davon nimmt. In Abb. 2 ist die Strecke 1 m in sechs gleiche Teile geteilt. Jeden Teil

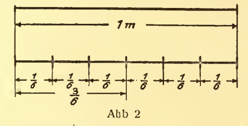


Abb 2

nennt man „ein Sechstel“, in Bruchform geschrieben $\frac{1}{6}$. Nimmt man drei solcher Teile, so sind das „drei Sechstel“, als Bruch geschrieben $\frac{3}{6}$. Die Zahl, die angibt („nennt“), in wieviel gleiche Teile das Ganze geteilt ist, heißt „Nenner“. Die Zahl, die besagt, wieviel von diesen Teilen genommen („gezählt“) werden sollen, heißt „Zähler“. Der Zähler steht über, der Nenner unter dem Bruchstrich.

Den Bruch $\frac{3}{6}$ können Sie sich auch so entstanden denken, wie Abb. 3 es zeigt. Sie sehen ein Flacheisen von der Länge 3 m, das in 6 gleiche Teile eingeteilt ist. Jeder Teil hat also die Länge 3 m : 6. Ein Blick auf das in

Abb. 3 darunter dargestellte Flacheisen von 1 m Länge zeigt, daß $3\text{ m} : 6 = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$ m ist. Kurz ausgedrückt heißt das: $3 : 6 = \frac{3}{6}$. Der Bruch ist also nur eine andere Schreibart der Teilung, wie schon

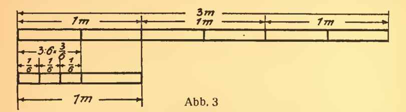


Abb. 3

früher erwähnt wurde. Der Zähler ist die zu teilende Zahl, der Nenner ist der Teiler. Das Zeichen für die Teilung, der Doppelpunkt, und der Bruchstrich sind gleichwertig.

Brüche, deren Zähler kleiner als der Nenner ist, heißen echte Brüche; ihr Wert ist kleiner als 1. $\frac{3}{4}$ ist z. B. ein echter Bruch.

Brüche, deren Zähler größer als der Nenner ist, heißen unechte Brüche; ihr Wert ist größer als 1. $\frac{4}{3}$ ist z. B. ein unechter Bruch. Einen unechten Bruch kann man in Ganze und einen echten Bruch zerlegen, indem man die durch den Bruchstrich angedeutete Teilungsaufgabe ausführt, z. B. $\frac{4}{3} = 4 : 3 = 1\frac{1}{3}$, $\frac{17}{5} = 17 : 5 = 3\frac{2}{5}$. Solche Ausdrücke wie $1\frac{1}{3}$, $3\frac{2}{5}$ usw. heißen gemischte Zahlen.

Brüche, deren Zähler gleich dem Nenner ist, z. B. $\frac{4}{4}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{10}{10}$, haben den Wert 1.

Will man nun umgekehrt eine ganze Zahl in einen Bruch verwandeln, so muß sie mit dem gewünschten Nenner malgenommen werden. Soll z. B. 4 in Siebentel verwandelt werden, so rechnet man: $1 = \frac{7}{7}$, $4 = 4 \cdot 1 = 4 \cdot \frac{7}{7} = \frac{28}{7}$.

Eine gemischte Zahl verwandelt man in einen unechten Bruch wie folgt: $4\frac{2}{5}$ ist in Fünftel zu verwandeln. 4 Ganze $= 4 \cdot \frac{5}{5} = \frac{20}{5}$. Dazu kommen noch die vorhandenen $\frac{2}{5}$, so daß sich ergibt: $4\frac{2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = \frac{22}{5}$. Man nimmt also einfach die ganze Zahl mit dem Nenner mal und zählt den vorhandenen Zähler dazu.

Das Erweitern und Kürzen der Brüche

In Abb. 4 ist ein Ganzes, dargestellt durch eine Strecke, in Drittel, Sechstel und Zwölftel eingeteilt. Durch Vergleich ergibt sich, daß z. B. $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$ ist. $\frac{2}{6}$ entsteht aus $\frac{1}{3}$, wenn man Zähler und Nenner mit 2 malnimmt, desgleichen entsteht $\frac{4}{12}$, wenn man Zähler und Nenner des Bruches $\frac{1}{3}$ mit 4 malnimmt. Der Wert des Bruches wird durch diesen Vorgang nicht geändert, wie uns die Abb. 4 zeigt. Man nennt diesen Vorgang „Erweitern" eines Bruches.

Einen Bruch erweitern heißt Zähler und Nenner mit derselben Zahl malnehmen. Die Abb. 4 zeigt uns weiter, daß $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ist. $\frac{4}{6}$ entsteht aus $\frac{8}{12}$, indem man Zähler und Nenner durch 2 teilt. Ebenso

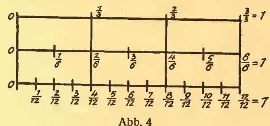


Abb. 4

entsteht $\frac{2}{3}$ aus $\frac{8}{12}$ durch Teilen des Zählers und des Nenners durch 4. Dieser Vorgang heißt „Kürzen" oder „Heben". Auch hierbei ändert sich der Wert des Bruches nicht.

Einen Bruch kürzen heißt Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl teilen.

Beispiele: $\frac{5}{6}$ ist mit 3 zu erweitern. Zähler und Nenner sind mit 3 malzunehmen, also $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}$.

$\frac{7}{8}$ ist auf den Nenner 40 zu erweitern. Der Erweiterungsfaktor ist $40 : 8 = 5$, also ist $\frac{7}{8}$ mit 5 zu erweitern und gibt $\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{35}{40}$.

Das Erweitern von Brüchen wenden wir im Maschinenbau z. B. bei der Berechnung von Wechselrädern und beim Einstellen des Teilkopfes der Fräsmaschine an.

Das Kürzen eines Bruches soll grundsätzlich durchgeführt werden, solange Zähler und Nenner gemeinsame Faktoren haben. $\frac{4}{6}$ darf z. B. als Endergebnis im allgemeinen nicht stehenbleiben, sondern ist durch 2 zu kürzen und ergibt $\frac{2}{3}$. Das Kürzen geschieht in der Weise, daß man die Teilbarkeit von Zähler und Nenner nach den Regeln dafür überprüft und das Teilen durch gemeinsame Faktoren der Reihe nach vornimmt. Die Reihenfolge ist dabei gleichgültig. Man sucht natürlich gleich durch möglichst große Teiler zu kürzen. Man streicht die Zahlen durch und schreibt die gekürzten Werte darüber bzw. darunter.

1. Beispiel: Der Bruch $\frac{875}{1300}$ ist zu kürzen.

Lösung: Beide Zahlen sind teilbar durch 25. Der gekürzte Zähler 35 ist $5 \cdot 7$, der Nenner 52 gibt $2 \cdot 2 \cdot 13$. Beide Zahlen haben keine Faktoren mehr gemeinsam, der Bruch läßt sich nicht weiter kürzen. Das Ergebnis ist also $\underline{\underline{\frac{35}{52}}}$.

$$\frac{\overset{35}{\cancel{875}}}{\underset{52}{\cancel{1300}}}$$

2. Beispiel: Der Bruch $\frac{440}{715}$ ist zu kürzen.
Lösung: Beide Zahlen sind teilbar durch 5. $440 : 5 = 88$, $715 : 5 = 143$. 88 ist $8 \cdot 11$, 143 ist $13 \cdot 11$. Der gemeinsame Faktor ist 11. Folglich läßt sich der Bruch noch durch 11 kürzen. Die gesamte Lösung ergibt also:

$$\begin{array}{c} 8 \\ 88 \\ 440 \\ \hline 715 \\ 143 \\ 13 \end{array} = \frac{8}{13}$$

3. Beispiel: Der Bruch $\frac{1008}{588}$ ist zu kürzen.
Lösung: Wir stellen fest, daß die Zahlen durch 4, 3 und 7 teilbar sind.

$$\begin{array}{c} 12 \\ 84 \\ 252 \\ 1008 \\ \hline 588 \\ 147 \\ 49 \\ 7 \end{array} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

Unechte Brüche werden in gemischte Zahlen verwandelt.

Kann man bei den beiden Zahlen eines Bruches nach den Teilbarkeitsregeln keine gemeinsamen Faktoren zum Kürzen mehr herausfinden, so kann man noch die sogenannte Restteilung versuchen, um zu prüfen, ob die beiden Zahlen irgendeine größere Primzahl als Faktor gemeinsam haben. Die Restteilung wird folgendermaßen ausgeführt:

Es sei der Teiler der beiden Zahlen 979 und 1157 zu suchen:

$$\begin{array}{l} 1157 : 979 = 1 \\ \underline{979} \\ 979 : 178 = 5 \\ \underline{890} \\ 178 : 89 = 2 \\ \underline{178} \end{array}$$

Man teilt die größere Zahl durch die kleinere, dann die kleinere durch den Rest, hier also 979 durch 178. Es ergibt sich der Rest 89. Jetzt wird wieder der Rest 178 durch 89 geteilt. Hier geht die Aufgabe auf. 89 ist der gemeinsame Teiler der beiden gegebenen Zahlen. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Rechnung ergibt sich, wenn wir unsere Zahlenreihe zurückverfolgen.

Es ist:

$$178 = 2 \cdot 89$$
$$979 = 890 + 89 = 10 \cdot 89 + 1 \cdot 89 = 11 \cdot 89$$
$$1157 = 979 + 178 = 11 \cdot 89 + 2 \cdot 89 = 13 \cdot 89$$

Hieraus ersehen wir, daß $979 = 11 \cdot 89$ und $1157 = 13 \cdot 89$ ist. 89 ist also der gemeinsame Teiler. Der Bruch $\frac{979}{1157}$ ergibt also gekürzt $\frac{11}{13}$.

Haben beide Zahlen keinen gemeinsamen Teiler, so geht die Restteilung erst beim Rest 1 auf, d. h. der gemeinsame Teiler beider Zahlen ist nur 1. Ein Bruch aus solchen Zahlen läßt sich also nicht kürzen. Suchen wir einen gemeinsamen Teiler von 1577 und 1082, so ergibt sich:

$1577 : 1082 = 1$
1082
$1082 : 495 = 2$
990
$495 : 92 = 5$
460
$92 : 35 = 2$
70
$35 : 22 = 1$
22
$22 : 13 = 1$
13
$13 : 9 = 1$
9
$9 : 4 = 2$
8
$4 : 1 = 4$
4

Da die Restteilung als Rest 1 angibt, sind beide Zahlen nur durch 1 teilbar, also läßt sich der Bruch $\frac{1082}{1577}$ nicht kürzen.

Gleichnamige und ungleichnamige Brüche

Gleichnamige Brüche sind Brüche mit gleichem Nenner, z. B. $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$. Solche Brüche kann man in ihrem Wert ohne weiteres vergleichen. $\frac{2}{3}$ ist größer als $\frac{1}{3}$. Je größer der Zähler bei gleichnamigen Brüchen ist, desto größer ist auch sein Wert. Ebenso lassen sich Brüche mit gleichem Zähler miteinander vergleichen. $\frac{3}{4}$ ist größer als $\frac{3}{5}$, wie uns Abb. 5 sofort zeigt. Je größer der Nenner bei gleichem Zähler wird, desto kleiner ist der Wert des Bruches.

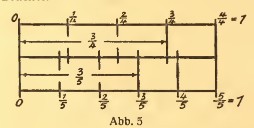


Abb. 5

Um nun Brüche mit verschiedenen Zählern und Nennern miteinander vergleichen zu können, muß man sie gleichnamig machen.

1. Beispiel: Die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{3}{4}$ sind gleichnamig zu machen.

Lösung: Wir suchen den Hauptnenner, d. h. diejenige Zahl, in der alle vorhandenen Nenner als Faktoren enthalten sind. Das ist aber nichts anderes als das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen. Bei den Zahlen 2, 3 und 4 ist das 12. Alle gegebenen Brüche sind also in Zwölftel zu erweitern. $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$, $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$, $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

Die Lösungsform für solche Aufgaben zeigt das folgende Beispiel.

2. Beispiel: Die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{4}{9}$ sind gleichnamig zu machen.

Lösung:

4	$2 \cdot 2$	$\frac{3}{4}$ erweitert mit	18	$\frac{54}{72}$
18	$2 \cdot 3 \cdot 3$	$\frac{5}{18}$,, ,,	4	$\frac{20}{72}$
6	$2 \cdot 3$	$\frac{5}{6}$,, ,,	12	$\frac{60}{72}$
24	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$	$\frac{7}{24}$,, ,,	3	$\frac{21}{72}$
9	$3 \cdot 3$	$\frac{4}{9}$,, ,,	8	$\frac{32}{72}$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$
(Hauptnenner)

Übungsaufgaben

21) Verwandeln Sie folgende Zahlen in Drittel: 4, 7, 11, 25, 41!
22) Verwandeln Sie die gemischten Zahlen $2\frac{3}{10}$, $7\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{16}$, $25\frac{29}{400}$ in unechte Brüche!
23) Verwandeln Sie die unechten Brüche $\frac{25}{8}$, $\frac{32}{9}$, $\frac{140}{23}$, $\frac{276}{83}$ in gemischte Zahlen!
24) Die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{12}{17}$, $\frac{23}{25}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$ sind mit 9 zu erweitern.
25) Die Brüche $\frac{12}{18}$, $\frac{225}{1980}$, $\frac{252}{336}$, $\frac{1164}{1746}$ sind zu kürzen.
26) Der Hauptnenner der Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{1}{18}$ ist zu suchen. Die Brüche sind gleichnamig zu machen.
27) Erweitern Sie den Bruch $\frac{3}{7}$ in Brüche mit dem Nenner 21 bzw. 49!
28) Erweitern Sie den Bruch $\frac{4}{127}$ so, daß der Nenner 127 wird! (Bei der Wechselräderberechnung muß oft ein Bruch so umgeformt werden, daß der Zähler oder Nenner 127 wird. Mit einem 127er Rad [das ist ein Zahnrad mit 127 Zähnen] kann man auf einer Drehbank mit Whitworth-Leitspindel ein metrisches Gewinde schneiden.)
29) Wieviel Minuten sind 375 Sekunden?

Zusammenzählen und Abziehen gleichnamiger Brüche

Gleichnamige Brüche sind solche mit gleichem Nenner. Der Zähler gibt an, wieviel Teile eines Ganzen im einzelnen Bruch enthalten sind. Bei den Brüchen $\frac{1}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{9}$ stellen wir fest, daß sie den gemeinsamen Nenner 9 haben. Ein Ganzes ist in 9 Teile geteilt worden. Dann enthält der erste Bruch einen Teil, der zweite 3 Teile und der dritte 4 Teile. Sollen nun diese drei Brüche zusammengezählt werden, so braucht man nur die Zähler, also die Teile des Ganzen, zusammenzuzählen. Der Nenner bleibt der gleiche. $\frac{1}{9} + \frac{3}{9} + \frac{4}{9}$ ergibt also $\frac{1+3+4}{9} = \frac{8}{9}$.

Das gleiche gilt auch vom Abziehen. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ ergibt $\frac{4-3}{5} = \frac{1}{5}$. Daraus ergibt sich die Regel:

Gleichnamige Brüche werden zusammengezählt oder abgezogen, indem man ihre Zähler zusammenzählt oder abzieht.

1. Beispiel: $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{8}{10} = \underline{\underline{\frac{4}{5}}}$

2. Beispiel: $\frac{6}{20} + \frac{18}{20} = \frac{24}{20} = \frac{6}{5} = \underline{\underline{1\frac{1}{5}}}$

3. Beispiel: $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$

Das Ergebnis wird nötigenfalls gekürzt; ergeben sich unechte Brüche, so können sie in gemischte Zahlen verwandelt werden.

Sind gemischte Zahlen zusammenzuzählen, so zählt man die ganzen Zahlen und die Brüche für sich zusammen.

1. Beispiel: $2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} = 2 + 3 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \underline{\underline{5\frac{2}{3}}}$

2. Beispiel: $3\frac{1}{6} + 1\frac{5}{6} + 2\frac{4}{6} = 3 + 1 + 2 + \frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} = 6\frac{10}{6} = 6\frac{5}{3} = \underline{\underline{7\frac{2}{3}}}$

Beim Abziehen von gemischten Zahlen verfährt man in gleicher Weise.

1. Beispiel: $5\frac{4}{5} - 3\frac{3}{5} = 5 - 3 + \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \underline{\underline{2\frac{1}{5}}}$

2. Beispiel: $8\frac{5}{2} - 5\frac{7}{12}$. $8 - 5 = 3$. $\frac{7}{12}$ kann man aber nicht von $\frac{5}{12}$ abziehen, folglich wird ein Ganzes in Zwölftel verwandelt:

$8\frac{5}{12} - 5\frac{7}{12} = 3\frac{5}{12} - \frac{7}{12} = 2\frac{17}{12} - \frac{7}{12} = 2\frac{10}{12} = \underline{\underline{2\frac{5}{6}}}$

Man kann auch die gemischten Zahlen in unechte Brüche verwandeln und dann rechnen wie mit gewöhnlichen Brüchen.

1. Beispiel: $3\frac{1}{5} + 4\frac{3}{5} = \frac{16}{5} + \frac{23}{5} = \frac{16 + 23}{5} = \frac{39}{5} = \underline{\underline{7\frac{4}{5}}}$

2. Beispiel: $12\frac{5}{7} - 8\frac{6}{7} = \frac{89}{7} - \frac{62}{7} = \frac{89 - 62}{7} = \frac{27}{7} = \underline{\underline{3\frac{6}{7}}}$

Soll ein Bruch von einer ganzen Zahl abgezogen werden, so verwandelt man die ganze Zahl in einen Bruch mit gleichem Nenner.

Beispiel: $3 - \frac{5}{12} = \frac{36}{12} - \frac{5}{12} = \frac{31}{12} = \underline{\underline{2\frac{7}{2}}}$

Zusammenzählen und Abziehen ungleichnamiger Brüche

Ungleichnamige Brüche werden zusammengezählt oder abgezogen, indem man sie gleichnamig macht und dann ihre Zähler zusammenzählt oder abzieht.

Das Gleichnamigmachen geschieht durch Aufsuchen des Hauptnenners und Erweitern aller Brüche auf diesen Hauptnenner.

1. Beispiel: Die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$ sind zusammenzuzählen!

Lösung:

3	
6	
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$
12	$2 \cdot 2 \cdot 3$
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$	

Hauptnenner 24

$\frac{2}{3}$	16
$+\frac{5}{6}$	20
$+\frac{3}{8}$	9
$+\frac{5}{12}$	10
	$\frac{55}{24} = 2\frac{7}{24}$

$\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \underline{\underline{2\frac{7}{24}}}$

Man schreibt beim Erweitern der Brüche zweckmäßig den Hauptnenner oben hin und setzt dann nur die erweiterten Zähler untereinander, da man sie so besser zusammenzählen kann.

2. Beispiel: $5\frac{2}{3} + 8\frac{3}{5} + 12\frac{3}{8} + 4\frac{3}{4} + 5\frac{5}{6} = ?$

Lösung:

			120
3		$5\frac{2}{3}$	80
5	5	$+\ 8\frac{3}{5}$	72
8	2 · 2 · 2	$+\ 12\frac{3}{8}$	45
4		$+\ 4\frac{3}{4}$	90
6	2 · 3	$+\ 5\frac{5}{6}$	100

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

$34\frac{387}{120} = 34 + 3\frac{27}{120}$; $5\frac{2}{3} + 8\frac{3}{5} + 12\frac{3}{8} + 4\frac{3}{4} + 5\frac{5}{6} = \underline{\underline{37\frac{9}{40}}}$

3. Beispiel: $\frac{5}{16} - \frac{3}{12} = ?$

Lösung: 16 | 2 · 2 · 2 · 2
12 | 2 · 2 · 3

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48$

	48
$\frac{5}{16}$	15
$-\frac{3}{12}$	12

$\frac{3}{48} = \frac{1}{16}$

$\frac{5}{16} - \frac{3}{12} = \underline{\underline{\frac{1}{16}}}$

4. Beispiel: $12\frac{11}{18} - 4\frac{5}{24} = ?$

Lösung: 18 | 2 · 3 · 3
24 | 2 · 2 · 2 · 3

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$

	72
$12\frac{11}{18}$	44
$-\ 4\frac{5}{24}$	15
8	$\frac{29}{72} = 8\frac{29}{72}$

$12\frac{11}{18} - 4\frac{5}{24} = \underline{\underline{8\frac{29}{72}}}$

Malnehmen eines Bruches mit einer ganzen Zahl

$5 \cdot \frac{2}{3}$ ist gleich $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = \frac{5 \cdot 2}{3}$. Man braucht also beim Malnehmen eines Bruches mit einer ganzen Zahl nur den Zähler mit der Zahl malzunehmen, wie uns das Beispiel zeigt.

Der Nenner bleibt unverändert. Die Regel lautet also:

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl malgenommen, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl malnimmt.

Man schreibt dabei die Zahl mit auf den Bruchstrich und setzt das Malzeichen dazu.

Beispiel: $\frac{5}{8} \cdot 6 = \frac{5 \cdot 6}{8} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3\frac{3}{4}}}$

Man kann sich das Rechnen oft vereinfachen, wenn man rechtzeitig kürzt, sobald die vorhandenen Zahlen dies zulassen.

Das ist in diesem Falle möglich, da ja nur Faktoren auf dem Bruchstrich stehen. Wenn im obenstehenden Beispiel 30 und 8 sich durch 2 kürzen lassen, so kann man auch schon die 6, die ja ein Faktor von 30 ist, gegen die 8 kürzen, also man kann rechnen

$$\frac{5 \cdot 6}{8} = \frac{5 \cdot 3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Etwas anderes ist es, wenn auf dem Bruchstrich Zahlen stehen, die zusammengezählt oder abgezogen werden sollen, z. B. $\frac{5+6}{8}$; $5+6$ ergibt 11, das Ergebnis lautet also $\frac{11}{8}$. Dieser Bruch läßt sich nicht kürzen, es wäre also falsch, wenn man vorher 6 gegen 8 gekürzt hätte. Das ergäbe $\frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2$. Dieses Ergebnis ist aber falsch. Wir merken uns also: Gekürzt darf nur werden, wenn auf und unter dem Bruchstrich Faktoren stehen.

1. Beispiel: $24 \cdot \frac{17}{36} = \frac{\overset{2}{\cancel{24}} \cdot 17}{\underset{3}{\cancel{36}}} = \frac{2 \cdot 17}{3} = \frac{34}{3} = \underline{\underline{11\frac{1}{3}}}$

Dagegen

2. Beispiel: $\frac{12+5}{25} = \frac{17}{25}$ (und nicht $\frac{12+\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{5}{\cancel{25}}} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$)

Ist eine gemischte Zahl mit einer ganzen Zahl malzunehmen, so verwandelt man sie in einen unechten Bruch und rechnet dann wie mit einem gewöhnlichen Bruch.

Beispiel: $24\frac{3}{8} \cdot 12 = \frac{195 \cdot \overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{585}{2} = \underline{\underline{292\frac{1}{2}}}$

Teilung eines Bruches durch eine ganze Zahl

Die Lösung der Aufgabe, einen Bruch durch eine ganze Zahl zu teilen, machen wir uns am einfachsten einmal zeichnerisch klar. Die Aufgabe laute $\frac{2}{3} : 4$. Abb. 6 zeigt uns ein Ganzes, dargestellt durch eine Strecke.

Abb. 6

Diese Strecke teilen wir zunächst in 3 Teile und erhalten Drittel. Führen wir nun die Teilung jedes Drittels durch 4 aus, so zeigt uns die Figur, daß wir die ganze Strecke in 12 Teile unterteilt haben. Der vierte Teil eines Drittels ist also $\frac{1}{12}$. Mithin ist der vierte Teil von $\frac{2}{3} = \frac{2}{12}$. Also ergibt $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12}$. Dieses Ergebnis erhalten wir zahlenmäßig, wenn wir den Teiler 4 als Faktor in den Nenner unseres Bruches setzen, also $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{3 \cdot 4} = \frac{2}{12}$. Daraus entnehmen wir die Regel:

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl geteilt, indem man seinen Nenner mit der Zahl malnimmt.

Auch hierbei ist das Kürzen anzuwenden. Es ist möglich, da ja im Nenner nur Faktoren auftreten.

1. Beispiel: $\frac{15}{8}:6=\frac{\overset{5}{15}}{8\cdot\underset{2}{6}}=\underline{\underline{\frac{5}{16}}}$ 2. Beispiel: $\frac{225}{8}:75=\frac{\overset{3}{225}}{8\cdot 75}=\underline{\underline{\frac{3}{8}}}$

Soll eine gemischte Zahl durch eine ganze Zahl geteilt werden, so verwandelt man sie in einen unechten Bruch und teilt dann.

1. Beispiel: $5\frac{3}{8}:2=\frac{43}{8}:2=\frac{43}{8\cdot 2}=\frac{43}{16}=\underline{\underline{2\frac{11}{16}}}$

2. Beispiel: $25\frac{1}{2}:17=\frac{51}{2}:17=\frac{\overset{3}{51}}{2\cdot 17}=\frac{3}{2}=\underline{\underline{1\frac{1}{2}}}$

Aufgaben, in denen mehrere Bruchrechnungsarten vorkommen

Sind Aufgaben zu lösen, bei denen mehrere Rechnungsarten vorkommen, so ist es nicht gleichgültig, in welcher Reihenfolge die einzelnen Rechnungsarten gelöst werden. Es soll z. B. ausgerechnet werden: $\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{5}{8}\cdot 2$. Bevor wir an die Ausrechnung dieser Aufgabe denken, müssen wir folgende allgemein gültige Regel kennen:

Malzeichen und Teilungszeichen binden benachbarte Zahlen stets enger als die Zeichen + und —. Sollen Summen oder Reste erst zusammengefaßt werden, bevor sie malgenommen oder auch geteilt werden, so sind sie in Klammern zu setzen.

Daraus ergibt sich, daß in unserer vorstehenden Aufgabe zunächst die beiden Produkte ausgerechnet werden müssen, bevor man an das Abziehen kommt. Die Lösung wird also folgendermaßen durchgeführt:

$\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{5}{8}\cdot 2=?$ Zuerst rechnet man aus $\frac{3}{4}\cdot 3=\frac{9}{4}$, dann $\frac{5}{8}\cdot 2=\frac{10}{8}$. Nun ist zu rechnen $\frac{9}{4}-\frac{10}{8}=\frac{18}{8}-\frac{10}{8}=\frac{8}{8}=1$. Es ergibt sich also: $\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{5}{8}\cdot 2=\underline{\underline{1}}.$

Ohne Kenntnis der Regel könnte man auf den Gedanken kommen, die Aufgabe folgendermaßen zu lösen: Man rechnet erst aus $\frac{3}{4}\cdot 3=\frac{9}{4}$. Hiervon zieht man $\frac{5}{8}$ ab. Das ergibt $\frac{18}{8}-\frac{5}{8}=\frac{13}{8}$. $\frac{13}{8}$ wird mit 2 malgenommen und ergibt $\frac{13\cdot 2}{8}=\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$. Wir sehen, das Ergebnis ist vollkommen anders ausgefallen als bei unserer ersten Lösung. Um diese Lösung zu erhalten, müssen wir die Aufgabe $\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{5}{8}\cdot 2$ dann folgendermaßen schreiben: $(\frac{3}{4}\cdot 3-\frac{5}{8})\cdot 2$. Wenn wir jetzt die Regel anwenden, kann es nur eine Lösung geben, nämlich $3\frac{1}{4}$. Wie sieht die Lösung aus, wenn wir noch eine andere Schreibweise anwenden?

$\frac{3}{4}\cdot(3-\frac{5}{8})\cdot 2=?$

Jetzt muß erst die Klammer ausgerechnet werden, also $3-\frac{5}{8}$. $3-\frac{5}{8}=\frac{24}{8}-\frac{5}{8}=\frac{19}{8}$. Nun lautet die Aufgabe: $\frac{3}{4}\cdot\frac{19}{8}\cdot 2=?$ Hier brauchen wir keine Klammer mehr, denn ein Zweifel an der Lösungsart ist nicht mehr möglich.

$$\frac{3 \cdot 19 \cdot \cancel{2}}{4 \cdot \underset{4}{\cancel{8}}} = \frac{57}{16} = 3\frac{9}{16}$$

Stellen wir einmal die drei Aufgaben zusammen:

1) $\frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{5}{8} \cdot 2 = \frac{9}{4} - \frac{10}{8} = \frac{18}{8} - \frac{10}{8} = \frac{8}{8} = \underline{\underline{1}}$

2) $\left(\frac{3}{4} \cdot 3 - \frac{5}{8}\right) \cdot 2 = \left(\frac{9}{4} - \frac{5}{8}\right) \cdot 2 = \left(\frac{18}{8} - \frac{5}{8}\right) \cdot 2 = \frac{13}{8} \cdot 2 = \frac{13}{4} = \underline{\underline{3\frac{1}{4}}}$

3) $\frac{3}{4} \cdot \left(3 - \frac{5}{8}\right) \cdot 2 = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{24}{8} - \frac{5}{8}\right) \cdot 2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{19}{8} \cdot 2 = \frac{57}{16} = \underline{\underline{3\frac{9}{16}}}$

Beim Teilen gilt das gleiche.

1. Beispiel: $\frac{3}{4} : 2 + \frac{5}{8} : 5 = \frac{3}{4 \cdot 2} + \frac{5}{8 \cdot 5} = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$

2. Beispiel: $\left(\frac{3}{4} : 2 + \frac{5}{8}\right) : 5 = \left(\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\right) : 5 = \frac{8}{8} : 5 = 1 : 5 = \underline{\underline{\frac{1}{5}}}$

Das Malnehmen von Brüchen

Wenn 2 Brüche miteinander malgenommen werden sollen, so ist dabei folgendes zu überlegen: Der Bruchstrich bedeutet bekanntlich dasselbe wie das Teilungszeichen. Hat man also z. B. auszurechnen $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4}$, so kann man den zweiten Bruch auch als Teilungsaufgabe ansehen und die gestellte Aufgabe schreiben $\frac{5}{7} \cdot 3 : 4$. Aus den Regeln für das Malnehmen und Teilen von Brüchen mit ganzen Zahlen ergibt sich, daß mit der Zahl 3 der Zähler und mit der Zahl 4 der Nenner malgenommen werden muß. Also ist: $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{7} \cdot 3 : 4 = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 4} = \frac{15}{28}$. Daraus ergibt sich die Regel:

Brüche werden miteinander malgenommen, indem Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner malgenommen wird. Gemischte Zahlen verwandelt man hierbei in unechte Brüche.

Beispiel: $1\frac{11}{64} \cdot \frac{56}{375} = \frac{75}{64} \cdot \frac{56}{375} = \frac{\cancel{75} \cdot \overset{7}{\cancel{56}}}{\underset{8}{\cancel{64}} \cdot \underset{5}{\cancel{375}}} = \underline{\underline{\frac{7}{40}}}$

Ohne Kürzen würde man hier große Zahlen erhalten, die sich nicht mehr im Kopf errechnen lassen.

Auch wenn mehrere Brüche miteinander malzunehmen sind, wird genau so gerechnet.

1. Beispiel: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{5}{12} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}} \cdot \overset{1}{\cancel{6}} \cdot \overset{1}{\cancel{5}}}{3 \cdot \cancel{5} \cdot \underset{1}{\underset{\cancel{2}}{\cancel{8}}} \cdot \underset{2}{\cancel{12}}} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$ 2. Beispiel: $3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{3}{34} \cdot \frac{10}{111} = ?$

Gemischte Zahlen werden in unechte Brüche verwandelt.

$$3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{3}{34} \cdot \frac{10}{111} = \frac{\overset{1}{\cancel{17}} \cdot \overset{1}{\cancel{37}} \cdot \overset{1}{\overset{\cancel{2}}{\cancel{10}}}}{\cancel{5} \cdot \underset{2}{\cancel{34}} \cdot \underset{3}{\cancel{111}}} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

30) $\frac{5}{22} + \frac{8}{22} + \frac{7}{22} = ?$
31) $5\frac{3}{7} + 4\frac{2}{7} + 8\frac{1}{7} = ?$
32) $\frac{8}{21} - \frac{2}{21} = ?$
33) $9\frac{3}{5} - 6\frac{4}{5} = ?$
34) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{4}{15} = ?$
35) $\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = ?$
36) $4\frac{3}{7} + 8\frac{5}{14} + 4\frac{3}{8} = ?$
37) $12\frac{7}{8} - 5\frac{5}{6} = ?$
38) $\frac{16}{33} \cdot 22 = ?$
39) $15\frac{2}{3} \cdot 8 = ?$
40) $\frac{12}{17} : 4 = ?$
41) $6\frac{3}{4} : 9 = ?$
42) $\frac{5}{6} + \frac{3}{5} \cdot 4 - \frac{2}{3} : 5 = ?$
43) $(\frac{7}{8} + \frac{3}{4}) \cdot 2 + (\frac{5}{6} + \frac{3}{5}) \cdot 3 = ?$
44) $\frac{25}{36} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{3}{18} = ?$
45) $5\frac{15}{36} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{38}{52} = ?$

Das Teilen von Brüchen

Wir teilen zunächst einmal einen Bruch durch einen gleichnamigen. Es sei zu teilen $\frac{8}{9} : \frac{4}{9}$. Neuntel ist hier die Bezeichnung des Bruches. Setzen wir einmal eine andere Bezeichnung dafür, beispielsweise Meter, dann heißt die Aufgabe 8 m : 4 m. Das ergibt 2; denn $2 \cdot 4\,\text{m} = 8\,\text{m}$. Nun nehmen wir wieder statt m unsere vorige Bezeichnung Neuntel. $\frac{8}{9} : \frac{4}{9} = 2$; denn $2 \cdot \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$. Daraus folgt, daß gleichnamige Brüche geteilt werden, indem man ihre Zähler teilt.

Um ungleichnamige Brüche nach derselben Art teilen zu können, machen wir sie gleichnamig.

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{14}{21} : \frac{15}{21} = \underline{\underline{\frac{14}{15}}} \qquad \text{Probe: } \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7} = \frac{\overset{2}{\cancel{14}} \cdot \cancel{5}}{\underset{3}{\cancel{15}} \cdot \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

Nun können wir diese Teilungsaufgabe auch etwas anders schreiben: $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = ?$ $\frac{2}{3}$ muß zum Gleichnamigmachen mit 7 erweitert werden, ergibt also $\frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7}$, ebenso muß $\frac{5}{7}$ mit 3 erweitert werden und gibt $\frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 7}$. Also ist $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} : \frac{3 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 7}{21} : \frac{3 \cdot 5}{21}$. Jetzt haben wir 2 gleichnamige Brüche, die wir teilen, indem wir die Zähler teilen. $\frac{2 \cdot 7}{21} : \frac{3 \cdot 5}{21} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \underline{\underline{\frac{14}{15}}}$. Wir haben also wieder dasselbe Ergebnis. Was ist aber aus den beiden Brüchen der Aufgabe geworden? Der erste Bruch $\frac{2}{3}$ steht noch in der gleichen Form auf dem Bruchstrich, der zweite Bruch $\frac{5}{7}$, durch den geteilt werden soll, erscheint dagegen umgekehrt als $\frac{7}{5}$. Und statt des Teilens wird jetzt malgenommen. Rechnen wir noch ein zweites Beispiel durch: $\frac{5}{6} : \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 8} : \frac{6 \cdot 3}{6 \cdot 8} = \frac{5 \cdot 8}{48} : \frac{6 \cdot 3}{48} = \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 3}$, also $\frac{5}{6} : \frac{3}{8} = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{3} = \frac{40}{18} = \frac{20}{9} = \underline{\underline{2\frac{2}{9}}}$

Daraus erkennen wir, daß die Regel für das Teilen von Brüchen ganz allgemein lautet:

Ein Bruch wird durch einen anderen Bruch geteilt, indem man den zweiten Bruch umkehrt und dann beide Brüche malnimmt.

1. Beispiel:

$$\frac{2}{3} : \quad = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot \underset{2}{4}} = \frac{7}{6} = \underline{\underline{1\frac{1}{6}}}$$

2. Beispiel:

$$\frac{5}{8} : \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 7}{8 \cdot 3} = \frac{35}{24} = \underline{\underline{1\frac{11}{24}}}$$

Die Regel gilt selbstverständlich auch, wenn eine ganze Zahl durch einen Bruch geteilt werden soll.

Beispiel: $3 : \frac{4}{5} = 3 \cdot \frac{5}{4} = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3\frac{3}{4}}}$ Probe: $3\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\overset{3}{15} \cdot 4}{4 \cdot 5} = 3$

Gemischte Zahlen werden in unechte Brüche verwandelt.

Beispiel: $3\frac{1}{5} : 1\frac{7}{25} = \frac{16}{5} : \frac{32}{25} = \frac{16 \cdot \overset{5}{25}}{5 \cdot \underset{2}{32}} = \frac{5}{2} = \underline{\underline{2\frac{1}{2}}}$

Probe: $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{7}{25} = \frac{5}{2} \cdot \frac{32}{25} = \frac{5 \cdot \overset{16}{32}}{2 \cdot \underset{5}{25}} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$

Doppelbrüche

Man kann eine Teilungsaufgabe zweier Brüche auch als sogenannten Doppelbruch schreiben. Da der Bruchstrich nichts anderes bedeutet als das Teilungszeichen, so bleibt die Art der Lösung unverändert.

1. Beispiel: $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{3} : \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 2} = \underline{\underline{\frac{5}{6}}}$ Probe: $\frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 5} = \frac{1}{3}$

2. Beispiel: $\dfrac{12\frac{1}{2}}{1\frac{1}{4}} = \frac{\overset{5}{25} \cdot \overset{2}{4}}{2 \cdot 5} = \underline{\underline{10}}$ Probe: $10 \cdot 1\frac{1}{4} = 10 \cdot \frac{5}{4} = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$

Aufgaben, bei denen Malnehmen und Teilen von Brüchen vorkommen

Wenn in einer Aufgabe die beiden Rechnungsarten, das Malnehmen und das Teilen, zusammen vorkommen, so läßt sich die Aufgabe auf einem Bruchstrich erledigen.

1. Beispiel: $\frac{4}{9} : (\frac{1}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6}) = ?$

Die Klammern deuten uns an, daß zunächst die 3 Brüche darin malgenommen werden müssen. Das Ergebnis daraus ergibt den Teiler, durch den $\frac{4}{9}$ zu teilen ist.

$$\frac{4}{9} : (\frac{1}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6}) = \frac{4}{9} : \frac{1 \cdot \overset{2}{4} \cdot 7}{7 \cdot 5 \cdot \underset{3}{6}} = \frac{4}{9} : \frac{2}{15} = \frac{\overset{2}{4} \cdot \overset{5}{15}}{\underset{3}{9} \cdot 2} = \frac{10}{3} = \underline{\underline{3\frac{1}{3}}}$$

Einfacher ist die Lösung, wenn wir den Teiler nicht erst einzeln ausrechnen, sondern die 3 Brüche umkehren und zum Malnehmen alle 4 Brüche auf einen Bruchstrich setzen.

$$\frac{4}{9} : \left(\frac{1}{7} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6}\right) = \frac{4 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \overset{2}{6}}{\underset{3}{9} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 7} = \frac{10}{3} = \underline{\underline{3\tfrac{1}{3}}}$$

2. Beispiel:

$$\left(3 \cdot \frac{1}{5} \cdot 2\tfrac{1}{4}\right) : \left(6 \cdot \frac{4}{25} \cdot \frac{3}{16}\right) = \frac{3 \cdot 1 \cdot \overset{3}{9} \cdot \overset{5}{25} \cdot \overset{4}{16}}{5 \cdot 4 \cdot \underset{2}{6} \cdot 4 \cdot 3} = \frac{15}{2} = \underline{\underline{7\tfrac{1}{2}}}$$

Umwandeln von gewöhnlichen Brüchen in Dezimalbrüche

Wir haben in den vorhergehenden Abschnitten das Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen kennengelernt und dabei gesehen, daß gleichnamige Brüche in keiner Rechnungsart Schwierigkeiten machen, ungleichnamige dagegen beim Zusammenzählen und Abziehen erst gleichnamig gemacht werden müssen. Diese Schwierigkeit können wir umgehen, wenn wir aus den gewöhnlichen Brüchen Dezimalbrüche machen. Überhaupt kommen ja die Dezimalbrüche im praktischen Leben häufiger vor als die gewöhnlichen Brüche. Trotzdem mußten wir uns mit dem Bruchrechnen eingehend beschäftigen, denn Sie werden sehr bald feststellen, daß die Aufgaben der Praxis in ihrem Ansatz sehr oft in Form eines Bruches erscheinen, dessen Zähler und Nenner wiederum verschiedene Rechenarten enthalten.

Wie verwandelt man nun einen gewöhnlichen Bruch in einen Dezimalbruch? Bei Brüchen, deren Nenner 10 oder 100 ist, ist die Umwandlung ganz leicht. $\frac{7}{10}$ ist gleich 0,7, $\frac{25}{100} = 0{,}25$. Der Bruch $\frac{1}{2}$ kann auf Zentel erweitert werden und ergibt $\frac{5}{10} = 0{,}5$. $\frac{1}{5}$ ist gleich $\frac{2}{10} = 0{,}2$.

Meist ist nun die Erweiterung des Bruches nach dem Nenner 10 oder 100 nicht möglich. Nun wissen Sie, daß der Bruchstrich dasselbe bedeutet wie das Teilungszeichen. Jeder Bruch ist eine unausgeführte Teilungsaufgabe. Führen wir sie aus, so erhalten wir den Dezimalbruch. $\frac{3}{16} = 3 : 16$. 3 durch 16 geht 0 mal. Damit sind die Ganzen erledigt, also folgt hinter der 0 im Ergebnis das Komma, an die 3 wird eine Null angehängt und jetzt weitergerechnet. Die Lösung lautet also: 3 : 16 = 0,1875

```
3 : 16 = 0,1875
30
16
 140
 128
  120
  112
   80
   80
```

Also ist $\frac{3}{16} = \underline{\underline{0{,}1875}}$

Wir können daraus die ganz einfache Regel herleiten:

Ein Bruch wird in einen Dezimalbruch verwandelt, indem man die durch den Bruchstrich angedeutete Teilungsaufgabe ausführt. Bei gemischten Zahlen wandelt man nur den Bruch um.

Beispiel: $4\frac{2}{5}$ ist in einen Dezimalbruch zu verwandeln.

$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}4$ $\qquad$ $4 + 0{,}4 = 4{,}4$ $\qquad$ $4\frac{2}{5} = \underline{\underline{4{,}4}}$

Endliche und unendliche Dezimalbrüche

Bei unseren bisherigen Beispielen ging die Teilung auf. Es ergab sich ein genau bestimmter Dezimalbruch. Solche Dezimalbrüche heißen endliche Dezimalbrüche. Wenn wir nun z. B. den Bruch $\frac{1}{3}$ in einen Dezimalbruch verwandeln, so erhalten wir folgendes Ergebnis:

$\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}3333\ldots$ Wir sehen, diese Teilung geht nie auf. Verwandeln wir $\frac{7}{11}$ in einen Dezimalbruch, so erhalten wir ebenfalls ein Ergebnis, das nicht aufgeht:

$\frac{7}{11} = 7 : 11 = 0{,}6363\ldots$

```
70
66
--
 40
 33
 --
  70
  66
  --
   40
   33
   --
```

Solche Dezimalbrüche, bei denen der Wert nicht genau bestimmt werden kann, da die Rechnung nicht zu Ende geführt werden kann, heißen unendliche Dezimalbrüche. Die immer wiederkehrende Folge der Ziffern nennt man eine Periode. Man braucht bei solchen Brüchen nur so weit zu rechnen, bis man die Periode klar erkannt hat. Ein weiteres Rechnen ist dann zwecklos. Während nun die Brüche $\frac{1}{6}$ oder $\frac{7}{11}$ usw. genau begrenzte Größen darstellen, sind die aus ihnen entstehenden Dezimalbrüche in ihrem Wert nicht endgültig bestimmbar. Hierin liegt scheinbar eine Schwierigkeit. Wir brauchen aber bei praktischen Aufgaben immer nur eine gewisse Stellenzahl hinter dem Komma. Wir können also unbedenklich auch mit solchen Dezimalbrüchen rechnen, deren Wert nicht endgültig bestimmt werden kann. Alle Maße, Wertangaben, Gewichte usw. erscheinen ja in der Praxis ausschließlich in Ganzen und Dezimalen. Es genügt also stets, wenn wir einen unendlichen Dezimalbruch auf die Stellenzahl beschränken, die für unser praktisches Ergebnis erforderlich ist. $\frac{1}{3}$ Reichsmark z. B. ist gleich

0,3333 ... RM. Da der kleinste Teilbetrag einer Reichsmark 1 Pfennig ist, so können wir für $\frac{1}{3}$ Reichsmark nur 0,33 RM. = 33 Pfennige angeben. Ein anderer Betrag ist praktisch nicht mehr darzustellen.

Bei Längenmaßen verfährt man erforderlichenfalls noch genauer. $\frac{7}{11}$ m ist gleich 0,636363 ... m, das sind 636,363 mm. Je nach dem Grad der Genauigkeit, den die gestellte Aufgabe in der Praxis verlangt, rundet man die Stellen hinter dem Komma ab. Ist z. B. zu einem Werkstück ein Maß zu berechnen, das bei der Bearbeitung auf zehntel mm einzuhalten ist, so rundet man auf eine Stelle hinter dem Komma ab. Man erhält also 636,4 mm. Wird dagegen bei der Bearbeitung eine Genauigkeit auf hundertstel mm verlangt, so rundet man auf 2 Stellen hinter dem Komma ab; man erhält dann 636,36 mm. Es ist natürlich zu beachten, daß man beim Abkürzen des Dezimalbruches die Regel beachtet, wonach die letzte Stelle, die man noch mitschreibt, gegebenenfalls aufgerundet werden muß. $\frac{3}{7}$ ist z. B. $3:7 = 0{,}428$. Wird dieser Bruch auf 2 Stellen abgekürzt, so schreibt man $3:7 = 0{,}428 \approx 0{,}43$.

Die Rechenarten mit beiden Brüchen gemeinsam

Oft wird es vorkommen, daß gewöhnliche Brüche und Dezimalbrüche gemeinsam in einer Aufgabe vorkommen. Treten sie beim Zusammenzählen und Abziehen zusammen auf, so wird man zweckmäßig die gewöhnlichen Brüche in Dezimalbrüche verwandeln. Dadurch vermeidet man, daß man ungleichmäßige Brüche erst gleichnamig machen muß.

Beispiel: $2\frac{1}{5} + 0{,}375 + 4\frac{3}{4} + 3{,}5 = ?$

$2\frac{1}{5} = \frac{11}{5} = 2{,}2$; $4\frac{3}{4} = \frac{19}{4} = 4{,}75$. Jetzt haben wir zusammenzuzählen:

$2{,}2 + 0{,}375 + 4{,}75 + 3{,}5 = 2{,}2$

0,375
4,75
3,5
10,825

$2\frac{1}{5} + 0{,}375 + 4\frac{3}{4} + 3{,}5 = \underline{\underline{10{,}825}}$

Will man mit gewöhnlichen Brüchen rechnen, so muß man die beiden Dezimalbrüche in gewöhnliche Brüche verwandeln. Das ergibt für 0,375 $\frac{375}{1000} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ und für $3{,}5 = 3\frac{1}{2}$. Jetzt lautet unsere Aufgabe: $2\frac{1}{5} + \frac{3}{8} + 4\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2} = ?$ Diese Brüche müssen nun erst gleichnamig gemacht werden. Der Hauptnenner, der sich hier noch leicht im Kopfe ermitteln läßt, ist 40. Fassen wir erst die Ganzen zusammen, so erhalten wir $2 + 4 + 3 = 9$. $\frac{1}{5} = \frac{8}{40}$; $\frac{3}{8} = \frac{15}{40}$; $\frac{3}{4} = \frac{30}{40}$ und $\frac{1}{2} = \frac{20}{40}$. Das gibt zusammen $\frac{73}{40} = 1\frac{33}{40}$. Dazu kommen 9 Ganze, also erhalten wir als Ergebnis $10\frac{33}{40}$.

Wenn wir nun bedenken, daß in den Aufgaben der Praxis das Ergebnis fast immer irgendeine Bezeichnung tragen wird, so wird uns eine solche Zahl wie $10\frac{33}{40}$ nichts nützen, wenn sie z. B. Meter bedeutet. Den

Bruch $\frac{33}{40}$ müßte man doch in einen Dezimalbruch umwandeln. Dann erhält man $33 : 40 = 0{,}825$, also als ganzes Ergebnis 10,825 m. Haben wir gleich von Anfang an mit Dezimalbrüchen gerechnet, so erhalten wir das Ergebnis ohne weitere Umwandlung.

Wir werden uns also zur Regel machen, im allgemeinen gewöhnliche Brüche in Dezimalbrüche umzuwandeln.

Beim Malnehmen und Teilen rechnet man manchmal mit einem gewöhnlichen Bruch einfacher als mit einem Dezimalbruch. Soll z. B. $0{,}38 \cdot \frac{3}{4}$ ausgerechnet werden, so kann man rechnen $\frac{0{,}38 \cdot 3}{4}$. Durch Erweitern mit 100 beseitigt man den Dezimalbruch.

$$\frac{\overset{19}{\cancel{38}} \cdot 3}{100 \cdot \underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{57}{200}$$

Will man dieses Ergebnis in einen Dezimalbruch umwandeln, so ist die Teilung leicht im Kopf auszuführen. $57 : 200 = 0{,}285$.

Ebenso ist leicht zu rechnen $12{,}5 : 0{,}25 = 12\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{25 \cdot \overset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{2}} = 50$. Das Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen ist nur dann zweckmäßig, wenn sich die Dezimalbrüche leicht in gewöhnliche Brüche umwandeln lassen. Sonst rechnet man besser mit Dezimalbrüchen, besonders da man ja das Ergebnis auch gleich in der für die Praxis brauchbaren Form erhält.

Übungsaufgaben

46) $\frac{15}{16} : \frac{9}{16} = ?$
47) $\frac{125}{204} : \frac{25}{312} = ?$
48) $6\frac{4}{5} : 2\frac{5}{6} = ?$
49) $\frac{\frac{15}{26}}{\frac{3}{18}} = ?$
50) $2\frac{7}{9} : \frac{15}{36} : \frac{5}{18} \cdot \frac{7}{21} \cdot 1\frac{1}{8} = ?$
51) $\frac{7}{40}$ ist in einen Dezimalbruch zu verwandeln.
52) $\frac{16}{25}$ ist in einen Dezimalbruch zu verwandeln.
53) $\frac{14}{37}$ ist in einen Dezimalbruch zu verwandeln.
54) $5\frac{3}{5} + 0{,}476 + 3\frac{7}{10} + 2{,}65 = ?$

Dezimalbrüche im Zähler und Nenner eines Bruches

Die meisten Zahlenangaben in praktischen Aufgaben werden uns in Dezimalbrüchen gegeben. Nun ergibt sich bei manchen Rechnungsarten aus der Art des Ansatzes ein Bruchstrich, wobei sowohl im Zähler als auch im Nenner Dezimalbrüche auftreten.

Es sei z. B. folgender Ansatz gegeben: $\frac{4{,}73 \cdot 10}{0{,}01 \cdot 9}$ RM.

Das bedeutet also, daß unser Ergebnis die Bezeichnung Reichsmark erhalten wird. Wie wird nun der vorstehende Bruch ausgerechnet?

Durch Erweitern von Zähler und Nenner mit 100 können wir das Komma in den beiden Dezimalbrüchen beseitigen.

$$\frac{4,73 \cdot 10}{0,01 \cdot 9} = \frac{473 \cdot 10}{1 \cdot 9} = \frac{4730}{9}$$

$$4730 : 9 = 525,555\ldots$$

$$\begin{array}{l} \underline{45} \\ \;\;23 \\ \;\;\underline{18} \\ \;\;\;\;50 \\ \;\;\;\;\underline{45} \\ \;\;\;\;\;\;50 \\ \;\;\;\;\;\;\underline{45} \\ \;\;\;\;\;\;\;\;50 \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\underline{45} \\ \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;50 \end{array}$$

Bei der Teilung erhalten wir einen unendlichen Dezimalbruch. Die Bezeichnung Reichsmark sagt uns aber, daß wir den Bruch auf 2 Stellen hinter dem Komma abrunden müssen, also lautet das Ergebnis 525,56 RM. Man kann diese Aufgabe auch so lösen, daß man Zähler und Nenner ausrechnet und dann die beiden Zahlen teilt. Das ergibt im Zähler $4,73 \cdot 10 = 47,3$ und im Nenner $0,01 \cdot 9 = 0,09$. Nun ist zu rechnen $47,3 : 0,09 = 525,56$.

Auch bei diesen Aufgaben wird man, falls möglich, zunächst kürzen.

1. Beispiel: $\frac{15,3}{0,3}$ läßt sich durch 3 kürzen. Da man ja den Bruch auch mit 10 erweitern kann, würde das Komma fortfallen. $\frac{153}{3}$ ergibt $\frac{51}{1} = 51$. Ebenso ergibt $\frac{15,3}{0,3} = \frac{5,1}{0,1} = 51$.

2. Beispiel: $\frac{25,47 \cdot 18 \cdot 0,78}{0,65 \cdot 81 \cdot 5,66} = ?$ Wir kürzen erst, soweit es irgend möglich ist.

$$\frac{\overset{\overset{1}{2,83}}{\cancel{25,47}} \cdot \overset{2}{\cancel{18}} \cdot \overset{\overset{0,03}{0,39}}{\cancel{0,78}}}{\underset{0,05}{\cancel{0,65}} \cdot \underset{9}{\cancel{81}} \cdot \underset{2,83}{\cancel{5,66}}} = \frac{2 \cdot 0,03}{0,05} = \frac{0,06}{0,05}$$

Durch Erweitern mit 100 schaffen wir das Komma fort und erhalten:

$$\frac{0,06 \cdot 100}{0,05 \cdot 100} = \frac{6}{5} = 6 : 5 = 1,2$$

$$\frac{25,47 \cdot 18 \cdot 0,78}{0,65 \cdot 81 \cdot 5,66} = \underline{\underline{1,2}}$$

Wir sehen wieder, daß rechtzeitiges Kürzen uns viel Rechenarbeit ersparen kann.

Aus den vorstehenden Beispielen können wir entnehmen, daß Dezimalzahlen im Zähler und Nenner eines Bruches genau so behandelt werden können wie ganze Zahlen.

Wertänderung der Brüche beim Malnehmen und Teilen

Wir wissen, daß durch Malnehmen einer ganzen Zahl mit einer zweiten ihr Wert sich vergrößert, daß er sich durch Teilen verkleinert. Auch für das Malnehmen und Teilen von Brüchen mit ganzen Zahlen gilt dies.

Beispiel: $\frac{2}{7} \cdot 3 = \frac{6}{7}$, $\frac{6}{7}$ ist größer als $\frac{2}{7}$

$\frac{3}{4} : 2 = \frac{3}{8}$, $\frac{3}{8}$ ist kleiner als $\frac{3}{4}$

Nehmen wir dagegen einen Bruch mit einem echten Bruch mal, so wird das Ergebnis kleiner als der Ausgangswert. Teilen wir einen Bruch durch einen echten Bruch, so wird das Ergebnis größer als der Ausgangswert.

Beispiel: $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ ist kleiner als $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$ ist größer als $\frac{1}{2}$

Anders ist es wieder, wenn der zweite Bruch ein unechter Bruch ist.

Beispiel: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 3} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, $1\frac{1}{4}$ ist größer als $\frac{3}{4}$

$\frac{1}{2} : \frac{4}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$, $\frac{3}{8}$ ist kleiner als $\frac{1}{2}$

In diesem Zusammenhang wollen wir uns erinnern, daß beim Erweitern und Kürzen der Wert eines Bruches unverändert bleibt.

Einfacher Dreisatz mit geradem Verhältnis

Bei der Dreisatzrechnung handelt es sich darum, aus 3 bekannten Zahlen eine vierte unbekannte Zahl zu berechnen. Diese unbekannte Zahl bezeichnet man mit x.

Beispiel: Ein Lehrling erhält einen Stundenlohn von 0,25 RM. Wieviel verdient er an einem Tage bei 8stündiger Arbeitszeit?

Lösung: Wir schreiben diese Aufgabe in Form eines Dreisatzes folgendermaßen:

In 1 Stunde verdient der Lehrling 0,25 RM.
„ 8 Stunden „ „ „ x „

$x = 8 \cdot 0{,}25 = 2{,}00$ RM.
In 8 Stunden verdient der Lehrling **2,00 RM.**

In diesem Beispiel waren uns bekannt die 3 Größen: 1 Stunde, 0,25 RM. und 8 Stunden. Daraus wurde die unbekannte 4. Größe x mit 2,00 RM. errechnet.

Um den Ansatz einer solchen Aufgabe richtig zu treffen, ist darauf zu achten, daß gleich benannte Werte stets untereinander geschrieben

werden. Wenn in unserem Beispiel in der ersten Zeile die Stunden links, die Reichsmark rechts stehen, so müssen auch in der zweiten Zeile wieder die Stunden links, die Reichsmark rechts stehen. Ein 2. Beispiel soll uns diesen Aufbau noch einmal zeigen.

Beispiel: Ein 1 m langer Stahlträger IP 26 wiegt 95 kg. Wieviel kg wiegen 12,56 m dieses Trägers?

Lösung:

1 m IP 26 wiegt 95 kg
12,56 „ „ wiegen x „

$$x = 12{,}56 \cdot 95 = 1193{,}2 \text{ kg}$$

12,56 m IP 26 wiegen **1193 kg.**

Nebenrechnung:

```
12,56 · 95
      6280
    11304
   1193,20
```

Bei den bisher behandelten Beispielen konnten wir von der Einheit auf das Vielfache schließen. Oft wird es aber vorkommen, daß wir von einem Vielfachen auf ein anderes Vielfaches schließen sollen.

Beispiel: 8 m Flacheisen haben 1,50 RM. gekostet. Wie teuer würden 10 m dieses Flacheisens sein?

Rechnungsgang: Hier schließen wir von dem gegebenen Vielfachen zunächst auf die Einheit, also auf die Kosten für 1 m. Wenn 8 m Flacheisen 1,50 RM. kosten, so kostet 1 m den 8. Teil von 1,50, also 1,50 : 8. 10 m Flacheisen kosten dann 10mal soviel, also $\frac{1{,}50}{8} \cdot 10$ RM. In der Form des Dreisatzes geschrieben, ergibt sich folgende

Lösung:

8 m Flacheisen kosten 1,50 RM.
10 „ „ „ x „

8 m Flacheisen kosten 1,50 RM.
1 „ „ kostet $\frac{1{,}50}{8}$ „
10 „ „ kosten $\frac{1{,}50 \cdot 10}{8}$

$$x = \frac{1{,}50 \cdot 10}{8} = 1{,}875 \text{ RM.}$$

10 m Flacheisen kosten **1,88 RM.**

Wir sehen hier die erste praktische Anwendung des Rechnens mit dem Bruchstrich.

Grundsätzlich wird bei Dreisatzaufgaben immer erst auf den Einheitswert geschlossen, dann auf das Vielfache.

Sobald wir den Verlauf eines Ansatzes sicher beherrschen, können wir natürlich die Schreibarbeit wesentlich vereinfachen, indem wir unsere Schlüsse im Kopf erledigen. Wir gehen dann bei der Lösung einfach vom Bruchstrich aus und setzen unsere Zahlen auf bzw. unter den Bruchstrich, so wie es die nacheinander gezogenen Schlüsse ergeben. Um aber keinen Fehler zu begehen, setzen wir niemals die Zahlen rein mechanisch ein, sondern durchdenken stets folgerichtig den Gang der Rechnung.

Beispiel: 260 kg Guß haben 116,— RM. gekostet. Wie teuer werden dann 85 kg Guß sein?

Rechnungsart: Zur Lösung dieser Aufgabe stellen wir uns im Kopf den Dreisatz vor, schließen von den Kosten für 260 kg Guß auf den Preis für 1 kg Guß, indem wir 116,— RM. durch 260 kg teilen, und dann wieder auf die Kosten für 85 kg Guß, indem wir mit 85 kg malnehmen. Zu schreiben haben wir jetzt nur:

Lösung: Kosten für 85 kg Guß: $\frac{116 \cdot 85}{260} = 37{,}92$ RM.

85 kg kosten **37,92 RM.**

Nebenrechnungen:

$$\frac{\overset{29}{\cancel{116}} \cdot \overset{17}{\cancel{85}}}{\underset{\underset{13}{\cancel{52}}}{\cancel{260}}}$$

```
29 · 17        493 : 13 = 37,92
203            39
 29            103
493             91
               120
               117
                 30
                 26
                  4
```

Übungsaufgaben

55) $\frac{256{,}35 \cdot 0{,}39}{15 \cdot 7{,}8} = ?$

56) $315{,}45 : 25{,}02 \cdot \frac{3}{4} \cdot 16 : 5 : \frac{8}{25} = ?$ (Das Ergebnis ist auf 2 Stellen hinter dem Komma abzurunden.)

57) Das Abdrehen einer 760 mm langen Welle dauerte 24 Min. Wie lange würde unter gleichen Arbeitsbedingungen das Abdrehen einer 1260 mm langen Welle dauern?

58) Ein Lastkraftwagen hat auf einer Strecke von 138 km 65 *l* Kraftstoff verbraucht. Wieviel *l* Kraftstoff verbraucht er unter gleichen Verhältnissen je 100 km?

Einfacher Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis

Wir haben bisher vom Dreisatz mit geradem Verhältnis gesprochen. Hier soll vom Dreisatz mit umgekehrtem Verhältnis die Rede sein. Was bedeuten nun diese beiden Begriffe: gerades und umgekehrtes Verhältnis? Vergleichen wir einmal die beiden Dreisatzaufgaben:

1) 1 Arbeiter erhält wöchentlich 30 RM. Lohn
4 „ erhalten „ x „ „

2) 1 Arbeiter braucht 20 Tage zu einer Arbeit
4 „ brauchen x „ „ „ „

Im ersten Beispiel können wir sagen: Je mehr Arbeiter, desto mehr Lohn. Arbeiterzahl und Lohnsumme stehen im geraden Verhältnis zueinander. Im zweiten Beispiel müssen wir dagegen schließen: Je mehr Arbeiter, desto kürzere Arbeitszeit. Arbeiterzahl und Arbeitszeit stehen im umgekehrten Verhältnis zueinander. Es bedarf also nur einer kurzen Gedankenarbeit, um zu prüfen, ob in einer Dreisatzaufgabe ein gerades oder ein umgekehrtes Verhältnis vorliegt. Rechnerisch wirkt sich das so aus, daß wir beim geraden Verhältnis (im 1. Beispiel) beim Schließen von der Einheit auf das Vielfache malzunehmen haben, während wir beim umgekehrten Verhältnis (im 2. Beispiel) hierbei zu teilen haben. Dementsprechend wird beim Schließen von einem Vielfachen auf die Einheit beim geraden Verhältnis geteilt, beim umgekehrten Verhältnis dagegen malgenommen.

Die bisher behandelten Beispiele des vorigen Abschnitts enthielten alle gerade Verhältnisse. Nun ein Beispiel für ein umgekehrtes Verhältnis.

Beispiel: Ein rechteckiges Grundstück von 22,5 m Länge und 10,5 m Breite soll gegen ein anderes von 7,5 m Breite eingetauscht werden. Wie lang muß dieses werden, wenn es den gleichen Flächeninhalt haben soll wie das erste?

Rechnungsgang: In Form des Dreisatzes geschrieben, lautet die Aufgabe:

Bei 10,5 m Breite ist das Grundstück 22,5 m lang
„ 7,5 „ „ „ „ „ x „ „

Wenn wir hier von 10,5 m auf 1 m Breite schließen, so müßte das Grundstück viel länger werden als ursprünglich, wenn es den gleichen Flächeninhalt behalten soll. Es müßte 10,5mal so lang sein, mithin ist 22,5 mit 10,5 malzunehmen. Dementsprechend muß dann beim Schließen von 1 m auf 7,5 m Breite die Länge wieder geringer werden, also ist durch 7,5 zu teilen. Wir haben hier das umgekehrte Verhältnis, bei dem zuerst malgenommen und dann geteilt wird.

Lösung:

Bei 10,5 m Breite ist das Grundstück	22,5 m lang	
„ 7,5 „ „ „ „ „ „	x „ „	

Bei 10,5 m Breite ist das Grundstück	22,5 m lang
„ 1 „ „ „ „ „	„ $22{,}5 \cdot 10{,}5$ „ „
„ 7,5 „ „ „ „ „	„ $\frac{22{,}5 \cdot 10{,}5}{7{,}5}$ „ „

$$x = \frac{22{,}5 \cdot 10{,}5}{7{,}5} = 31{,}5 \text{ m}$$

Das eingetauschte Grundstück muß bei 7,5 m Breite **31,5 m** lang werden.

Nebenrechnung:

4,5 0,7

$$\frac{22{,}5 \cdot 10{,}5}{7{,}5} = \frac{4{,}5 \cdot 0{,}7}{0{,}1} = \frac{3{,}15}{0{,}1} = 31{,}5$$

1,5
0,1

Auch hier kann man natürlich die Schreibarbeit verkürzen und die einzelnen Schlüsse im Kopf ziehen. Der Bruchstrich ist dann wieder der Ausgang für die Lösung. Stets muß man sich bei solchen Dreisatzaufgaben vor Beginn der Lösung darüber klar werden, ob beim Schließen von einem gegebenen Vielfachen auf die Einheit sich mehr oder weniger ergeben muß. Ist diese Frage geklärt, dann wird man keinen Fehler mehr machen.

Beispiel: Ein Lastkraftwagen legt den Weg von Altfeld nach Berghof bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 48 km/h in $2\frac{1}{4}$ Stunden zurück. Ein zweiter Lastkraftwagen fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 36 km/h. Wieviel Zeit wird der zweite Lastkraftwagen brauchen, um den Weg von Altfeld nach Berghof zurückzulegen?

Rechnungsgang: Wir schließen von dem gegebenen Vielfachen von 48 km/h auf die Einheit von 1 km/h. Ob praktisch eine so langsame Geschwindigkeit, wie hier 1 km/h, in Frage kommt, spielt bei dieser Rechnung keine Rolle. Es ergibt sich folgerichtig, daß wir eine längere Zeit zur Zurücklegung des Weges brauchen würden. Folglich wird hier nicht geteilt, sondern malgenommen. Beim Schluß von der Einheit 1 km/h auf das neue Vielfache von 36 km/h muß dann geteilt werden. Das Ergebnis wird größer sein als die ursprüngliche Zeit von $2\frac{1}{4}$ Stunden, da ja die Geschwindigkeit des zweiten Kraftwagens geringer ist als die des ersten. Wir erinnern uns hier daran, daß das vorherige Abschätzen des Ergebnisses ein gutes Hilfsmittel ist für die Überprüfung der Richtigkeit einer Lösung.

Lösung:

Bei einer Geschw. von 48 km/h braucht ein Kraftwagen $2\frac{1}{4}$ Std.
„ „ „ „ 36 „ „ „ „ x „

$$x = \frac{2\frac{1}{4} \cdot 48}{36} = \frac{9 \cdot 48}{4 \cdot 36} = 3 \text{ Stunden}$$

Der zweite Lastkraftwagen wird für den Weg von Altfeld nach Berghof **3 Stunden** brauchen.

Nebenrechnung: $\frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{4}{\cancel{48}}}{\underset{}{4} \cdot \underset{3}{\cancel{36}}}$

Bisher haben wir uns den Rechnungsgang solcher Dreisatzaufgaben schriftlich erläutert. 2 Beispiele sollen Ihnen jetzt zeigen, wie die Lösung von Dreisatzaufgaben kurz dargestellt wird.

1. Beispiel: Zum Ausschachten eines Kabelkanals von 75 m³ Inhalt hat eine Arbeitsgruppe 5 Tage gebraucht. Wieviel Tage wären zu veranschlagen, wenn die gleiche Gruppe einen zweiten Kanal von 105 m³ Inhalt ausheben soll?

Lösung: 75 m³ werden in 5 Tagen ausgehoben
105 „ „ „ x „ „

$$x = \frac{5 \cdot 105}{75} = 7 \text{ Tage}$$

Für den Aushub des Kanals von 105 m³ Inhalt müssen **7 Tage** angesetzt werden.

Nebenrechnung: $\frac{5 \cdot \overset{7}{\cancel{105}}}{\underset{5}{\cancel{75}}}$

2. Beispiel: Das Abdrehen einer Welle dauert bei einem Vorschub[1] des Drehstahls von 2,4 mm je Umlauf 46 Minuten. Wie lange wird das Abdrehen der Welle dauern, wenn der Vorschub auf 1,5 mm je Umlauf eingestellt wird?

Lösung:

Bei 2,4 mm Vorschub dauert das Abdrehen 46 Minuten
„ 1,5 „ „ „ „ „ x „

$$x = \frac{46 \cdot 2,4}{1,5} \approx 74 \text{ Minuten}$$

Das Abdrehen der Welle wird bei einem Vorschub von 1,5 mm je Umlauf **74 Minuten** dauern.

Nebenrechnung: $\frac{46 \cdot \overset{8}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = 368 : 5 \approx 74$ Minuten

[1] Unter Vorschub des Drehstahls versteht man die Vorwärtsbewegung des Drehstahls in Längsrichtung der Welle während einer Wellenumdrehung.

Zusammengesetzter Dreisatz

In den bisher behandelten Dreisatzaufgaben waren uns stets 3 Größen gegeben, aus denen eine 4. unbekannte Größe zu berechnen war. Sehr oft werden aber noch andere Bedingungen hinzugefügt, so daß sich mehr als 3 Größen ergeben, die bei der Berechnung der unbekannten Größe x zu berücksichtigen sind.

Beispiel: 8 Glühlampen verbrauchen in 5 Stunden für 1,25 RM. Strom. Wie hoch werden sich die Stromkosten stellen, wenn 12 Glühlampen 6 Stunden lang brennen?

Rechnungsgang: Wir stellen die Aufgabe wieder in Form eines Ansatzes auf, wobei wir so verfahren, daß die unbekannte Zahl x der Stromkosten rechts steht.

8 Glühlampen verbrauchen in 5 Std. für 1,25 RM. Stromkosten
12 „ „ „ 6 „ „ x „ „

Wir lassen zunächst die Anzahl der Stunden unverändert und stellen fest, wie sich die Stromkosten ändern, wenn sich die Zahl der Glühlampen ändert. Wenn die Anzahl der Glühlampen geringer wird, so müssen auch die Stromkosten kleiner werden. Wir haben also ein gerades Verhältnis und schließen:

8 Glühlampen verbrauchen in 5 Std. für 1,25 RM. Stromkosten
1 Glühlampe verbraucht „ 5 „ „ $\frac{1,25}{8}$ „ „
12 Glühlampen verbrauchen „ 5 „ „ $\frac{1,25 \cdot 12}{8}$ „ „

Nun brennen diese 12 Glühlampen jedoch nicht 5, sondern 6 Stunden lang. Je kürzere Zeit die Glühlampen brennen, um so geringer sind auch die Stromkosten. Wir haben also wieder ein gerades Verhältnis, so daß wir weiter schließen:

12 Glühlampen verbrauchen in 1 Std. für $\frac{1,25 \cdot 12}{8 \cdot 5}$ RM. Stromkosten
12 „ „ „ 6 „ „ $\frac{1,25 \cdot 12 \cdot 6}{8 \cdot 5}$ „ „

Lösung:

8 Glühlampen verbrauchen in 5 Std. für 1,25 RM. Stromkosten
12 „ „ „ 6 „ „ x „ „

$$x = \frac{1,25 \cdot 12 \cdot 6}{8 \cdot 5} = 2,25 \text{ RM.}$$

Die Stromkosten für 12 Glühlampen, die 6 Stunden lang brennen, werden sich auf **2,25 RM.** stellen.

Nebenrechnung:

$$\frac{\overset{0,25}{\cancel{1,25}} \cdot \overset{3}{\cancel{12}} \cdot \overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{4}{\cancel{8}} \cdot \cancel{5}}$$

Wir sehen an diesem Beispiel, daß sich eine solche Aufgabe aus mehreren einfachen Dreisätzen zusammensetzt. Rechnen wir zur Übung noch ein zweites Beispiel durch.

Beispiel: Das Ausdrehen einer Radnabe von 160 mm Länge dauert mit einem Werkzeugstahl, der mit einer Schnittgeschwindigkeit[1] von 5,4 m/min beansprucht werden kann, 32 Minuten. Eine Nabe von 185 mm Länge soll mit einem Schnelldrehstahl, der mit einer Schnittgeschwindigkeit von 13,5 m/min beansprucht werden kann, ausgedreht werden. Wie lange dauert das Ausdrehen dieser Nabe?

Rechnungsgang: Wir bringen die Aufgabe zunächst wieder in die übliche Ansatzform und schreiben:

Eine Nabe von

160	mm	Länge	braucht	bei	einer	Schnittgeschw.	von	5,4 m/min	32 Min.
185	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	13,5 ,,	x ,,

Wir schließen vom Vielfachen auf die Einheit, hier zunächst auf 1 mm Länge, dann auf 185 mm Länge. Je kürzer die Nabe ist, um so geringer wird die Arbeitszeit sein. Also haben wir ein gerades Verhältnis vorliegen. Die auf diese Weise ermittelte Arbeitszeit für eine 185 mm lange Nabe entspricht der Bearbeitung mit einem Werkzeugstahl, der mit 5,4 m/min Schnittgeschwindigkeit beansprucht wird. Wir schließen nun über 1 m/min Schnittgeschwindigkeit auf 13,5 m/min Schnittgeschwindigkeit. Drehen wir nun die Nabe mit einer geringeren Schnittgeschwindigkeit als 5,4 m/min aus, so dauert das Ausdrehen um so länger. Wir haben also jetzt ein umgekehrtes Verhältnis.

Lösung:

Eine Nabe von

160	mm	Länge	braucht	bei	einer	Schnittgeschw.	von	5,4 m/min	32 Min.
185	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	13,5 ,,	x ,,

Eine Nabe von

160	mm	Länge	braucht	bei	einer	Schnittgeschw.	von	5,4 m/min	32 Min.
1	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	5,4 ,,	$\frac{32}{160}$,,
185	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	5,4 m/min	$\frac{32 \cdot 185}{160}$,,
185	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	1 m/min	$\frac{32 \cdot 185 \cdot 5{,}4}{160}$,,
185	,,	,,	,,	,,	,,	,,	,,	13,5 ,,	$\frac{32 \cdot 185 \cdot 5{,}4}{160 \cdot 13{,}5}$,,

$$x = \frac{32 \cdot 185 \cdot 5{,}4}{160 \cdot 13{,}5} = 14{,}8 \text{ Minuten} \approx 15 \text{ Minuten}$$

[1] Unter Schnittgeschwindigkeit versteht man die Geschwindigkeit, mit der sich das Werkstück gegenüber dem Drehstahl bewegt.

Das Ausdrehen einer Nabe von 185 mm Länge dauert bei einer Schnittgeschwindigkeit von 13,5 m/min **15 Minuten.**

Nebenrechnung:
$$\frac{\overset{4}{\cancel{32}} \cdot \overset{37}{\cancel{185}} \cdot \overset{2}{\cancel{5,4}}}{\underset{\underset{10}{80}}{\cancel{160}} \cdot \underset{2,7}{\cancel{13,5}}} = \frac{4 \cdot 37}{10} = 14,8 \approx 15 \text{ Minuten.}$$

Auch hier kann man natürlich bei einiger Übung wieder die Schlüsse im Kopf ziehen und die gesamte Schreibarbeit der Lösung auf den Bruchstrich beschränken.

Beispiel: Zur Ausführung eines Transportes wurden 5 Lastkraftwagen von je 2 t Ladefähigkeit eingesetzt, die in 24 Tagen täglich 8 Fahrten ausführten. Für die Ausführung eines zweiten, gleich großen Transportes stehen 4 Lastkraftwagen von je 2,5 t Ladefähigkeit zur Verfügung. Für wieviel Tage müssen diese Wagen angefordert werden, wenn sie täglich 6 Fahrten machen können?

Rechnungsgang: Wenn Sie sich die Aufgabe in Form eines Ansatzes richtig hinschreiben, d. h. so, daß die gesuchte Anzahl der Tage rechts steht, und die Schlüsse ziehen, so werden Sie feststellen, daß beim Zurückführen auf die Einheit die Anzahl der Tage größer und wiederum beim Schließen auf das neue Vielfache entsprechend kleiner werden muß. Also liegen hier umgekehrte Verhältnisse vor, bei denen zunächst malgenommen und dann geteilt wird. Wir schließen von 5 Wagen zunächst auf 1 Wagen, dann auf 4 Wagen und lassen Ladefähigkeit und Anzahl der Fahrten unverändert. Dann schließen wir von 2 t auf 1 t und von da auf 2,5 t. Endlich wird noch von 8 Fahrten auf 1 Fahrt und wieder auf 6 Fahrten geschlossen.

Lösung:

5 Lastkraftwagen v. je 2 t schaffen d. Mat. bei tägl. 8 Fahrten in 24 Tg.
4 „ „ „ 2,5 t „ „ „ „ „ „ 6 „ „ x „

$$x = \frac{24 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 8}{4 \cdot 2,5 \cdot 6} = 32 \text{ Tage}$$

4 Lastkraftwagen von 2,5 t Ladefähigkeit müssen, wenn sie täglich 6 Fahrten machen, für **32 Tage** angefordert werden.

Nebenrechnung:
$$\frac{\overset{4}{\cancel{24}} \cdot \overset{2}{\cancel{5}} \cdot 2 \cdot 8}{\cancel{4} \cdot \cancel{2,5} \cdot \cancel{6}}$$

Übungsaufgaben

59) Eine Arbeit kann bei täglich 8stündiger Arbeitszeit in 26 Tagen fertiggestellt werden. In wieviel Tagen kann die Arbeit bei täglich 10stündiger Arbeitszeit ausgeführt werden?

60) Ein Wasserbehälter kann durch eine Pumpe, die 2,5 m³ Wasser in einer Minute fördert, in $4\frac{1}{2}$ Stunden gefüllt werden. Wie lange dauert das Füllen des Behälters, wenn eine zweite Pumpe, die 1,8 m³ in einer Minute fördert, mit eingeschaltet wird?

61) Ein Lastkraftwagen, der 32 *l* Kraftstoff je 100 km verbraucht, kommt mit seinem Kraftstoffvorrat 285 km weit. Nach einer Überholung des Motors verbraucht er nur noch 26 *l* je 100 km. Wie weit kann er jetzt mit dem gleichen Kraftstoffvorrat fahren?

Die Prozentrechnung

I) Ein Maschinenbauermeister hat den Auftrag, nach einer Skizze (Abb. 7) eine Buchse aus Messing herzustellen. Um die Werkstoffkosten zu ermitteln, berechnet er nach der Skizze das Gewicht der Buchse. Er stellt fest, daß die fertige Buchse 6 kg wiegen wird. Das Rohgußstück, das er bei einer Gießerei bestellt, wird wegen der Bearbeitungszugaben schwerer sein. Nehmen wir an, es würde 6,6 kg schwer werden. Dieses Rohgewicht legt er der Berechnung der Werkstoffkosten zugrunde. Er rechnet also zu dem Fertiggewicht für Verschnitt 0,6 kg hinzu; das ist $\frac{1}{10}$ von 6 kg. Rechnet man nun statt des Bruches $\frac{1}{10}$ mit dem erweiterten Bruch $\frac{10}{100}$, so kann man sagen: Der Meister rechnet zum Fertiggewicht $\frac{10}{100}$ hinzu, um das Rohgewicht zu erhalten. $\frac{10}{100}$ schreibt man: 10%. Das Zeichen % heißt also nichts weiter als Hundertstel. 3% heißt demnach: $\frac{3}{100}$. Statt drei Hundertstel sagt man auch: drei vom Hundert oder drei Prozent[1].

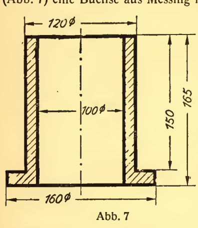


Abb. 7

Merke: $1\% = \frac{1}{100}$.

Beachten Sie diesen kurzen Merksatz, so lassen sich die meisten Aufgaben, bei denen von Prozenten die Rede ist, ohne jede Schwierigkeit lösen.

1. Beispiel: Eine Maschine ist mit einem Kostenaufwand von 800 RM. hergestellt worden. Auf diese Selbstkosten schlägt der Inhaber der Werkstatt 15% Gewinn. Wie hoch ist der Verkaufspreis?

Rechnungsgang: Es sind $15\% = \frac{15}{100}$ von 800 RM. zu berechnen. Das Ergebnis zählen wir zu 800 RM. hinzu und erhalten so den Verkaufspreis.

---

[1] Der Ausdruck kommt aus dem Lateinischen: pro centum = je hundert; also 3 Prozent = 3 je hundert oder $\frac{3}{100}$.

Lösung: $1\% = \frac{1}{100}$ von 800 RM. ist 8,00 RM.

$15\% = \frac{15}{100}$ „ 800 „ sind $15 \cdot 8{,}00 = 120$ RM.

Selbstkosten	= 800 RM.
15% Gewinn	= 120 „
Verkaufspreis	= 920 RM.

Der Verkaufspreis der Maschine beträgt **920 RM.**

2. Beispiel: Eine Reparaturwerkstatt erhält beim Bezug von Ersatzteilen auf die Listenpreise 18% Rabatt (= Abzug). Ein Zahnrad ist in der Ersatzteilliste mit 24,00 RM. angegeben. Zu welchem Preise erhält die Werkstatt das Zahnrad?

Lösung: 1% von 24,00 RM. ist 0,24 RM.

18% „ 24,00 „ sind $18 \cdot 0{,}24 = 4{,}32$ RM.

Listenpreis	= 24,00 RM.
18% Rabatt	= 4,32 „
Einkaufspreis ...	= 19,68 RM.

Die Werkstatt erhält das Zahnrad für **19,68 RM.**

Nebenrechnung:

$$\begin{array}{l} 0{,}24 \cdot 18 \\ \hline 192 \\ 24 \\ \hline 4{,}32 \end{array}$$

3. Beispiel: Ein Meister hat für 385,00 RM. Werkstoffe eingekauft. Auf der Rechnung steht der Vermerk: Bei Barzahlung innerhalb 8 Tagen $2\frac{1}{2}\%$ Skonto. Wieviel ist bei Einhaltung dieser Frist zu zahlen?

Rechnungsgang: Skonto heißt Abzug von der Rechnung. Wir berechnen also $2\frac{1}{2}\%$ von 385,00 RM. und ziehen den errechneten Betrag von der Rechnungssumme ab.

Lösung: 1% Skonto von 385,00 RM. ist 3,85 RM.

$2\frac{1}{2}\%$ „ „ 385,00 „ sind $2{,}5 \cdot 3{,}85 = 9{,}63$ RM.

Rechnungssumme	= 385,00 RM.
$2\frac{1}{2}\%$ Skonto	= 9,63 „
Zu zahlen sind	= 375,37 RM.

Bei Einhaltung der gestellten Zahlungsfrist sind **375,37 RM.** zu zahlen.

Nebenrechnung:

$$\begin{array}{l} 3{,}85 \cdot 2{,}5 \\ \hline 1925 \\ 770 \\ \hline 9{,}625 \approx 9{,}63 \end{array}$$

4. Beispiel: Ein Elektromotor hat einen Wirkungsgrad von 86%. Er nimmt 23,5 kW (= Kilowatt) auf. Welche Nutzleistung kann der Motor abgeben?

Rechnungsgang: Der Wirkungsgrad gibt an, welchen Teil der aufgenommenen Leistung die Maschine in Nutzleistung umsetzen kann. Es sind also 86% von 23,5 kW zu berechnen.

Lösung: 1% von 23,5 kW = 0,235 kW
86% „ 23,5 „ = 86 · 0,235 ≈ 20 kW

Der Motor kann **20 kW** leisten.

Nebenrechnung:

$$\begin{array}{r} 0{,}235 \cdot 86 \\ \hline 1410 \\ 1880 \\ \hline 20{,}210 \end{array}$$

Wir sind zu Beginn der Prozentrechnung davon ausgegangen, daß z. B. $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$ oder gleich 10% ist. Daraus ergibt sich, daß wir bestimmte Hundertsätze (= Prozentsätze) auch als einfache Brüche ausdrücken können. Hierdurch läßt sich manche Prozentrechnung sehr vereinfachen. Statt 10% einer Summe oder Menge zu berechnen, nehmen wir einfach $\frac{1}{10}$. 10% von 590 RM. sind also $\frac{1}{10}$ von 590 RM. = 59 RM. 25% sind $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. 25% von 8 kg sind also gleich $\frac{1}{4}$ von 8 kg = 2 kg. 50% sind gleich $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.

Stellen wir die wichtigsten Hundertsätze einmal in einer kurzen Tabelle zusammen:

$1\% = \frac{1}{100}$	$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	$33\frac{1}{3}\% = \frac{\frac{100}{3}}{100} = \frac{100}{3 \cdot 100} = \frac{1}{3}$
$2\% = \frac{2}{100} = \frac{1}{50}$	$12\frac{1}{2}\% = \frac{12{,}5}{100} = \frac{1}{8}$	$50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$
$4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$	$20\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{5}$	$75\% = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$
$5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$	$25\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{4}$	

$100\% = \frac{100}{100} = 1$ (= dem 1 fachen Wert der gegebenen Zahl)
$150\% = \frac{150}{100} = 1\frac{1}{2}$ (= „ $1\frac{1}{2}$fachen „ „ „ „
$200\% = \frac{200}{100} = 2$ (= „ 2fachen „ „ „ „)
$300\% = \frac{300}{100} = 3$ (= „ 3fachen „ „ „ „)
usw.

5. Beispiel: Der Stundenlohn eines Arbeiters beträgt 0,84 RM. Für Überstunden erhält er einen Aufschlag von 25%. Berechnen Sie den Lohn für eine Überstunde!

Lösung: 25% von 0,84 RM. = $\frac{1}{4}$ · 0,84 = 0,21 RM.
Stundenlohn .... = 0,84 „
Aufschlag .... = 0,21 „
Lohn für eine Überstunde ... = 1,05 RM.

Der Arbeiter erhält für eine Überstunde **1,05 RM.**

6. Beispiel: In einer Dreherei soll eine Welle nach Abb. 8 hergestellt werden. 1 kg Stahl wird mit 0,20 RM. berechnet. Der Dreher braucht zur Fertigung der Welle $2\frac{1}{2}$ Stunden. Er erhält einen Stundenlohn von 0,90 RM. Für Geschäfts-

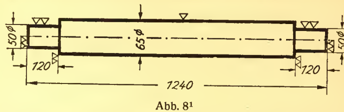


Abb. 8[1]

unkosten (Stromverbrauch, Werkzeugabnutzung, Verwaltungsunkosten usw.) werden 300% zu den Lohnkosten geschlagen. Wie hoch sind die Selbstkosten (= Gesamtkosten für die Fertigung der Welle)?

Rechnungsgang: Die Selbstkosten setzen sich zusammen aus:

1) Werkstoffkosten,
2) Lohnkosten,
3) Geschäftsunkosten.

1) Die Werkstoffkosten erhalten wir, indem wir das Rohgewicht des Werkstückes mit dem Preis je kg Stahl malnehmen. Als Rohwerkstück nimmt der Dreher, da die Welle allseitig bearbeitet werden muß, einen 1250 mm langen Rundstahl von 70 mm Durchmesser. 1 m ⌀ 70 wiegt laut Tabelle (vgl. Techn. Tabellen S. 22) 30,21 kg. 1250 mm wiegen also $1{,}25 \cdot 30{,}21$ kg. Dieses Rohgewicht nehmen wir mit 0,20 RM. mal.
2) Die Lohnkosten betragen $2{,}5 \cdot 0{,}90$ RM.
3) Die Geschäftsunkosten betragen 300% oder das 3fache der Lohnkosten.

Lösung:

1) Werkstoffkosten	$= 1{,}25 \cdot 30{,}21 \cdot 0{,}20$	=	7,56 RM.
2) Lohnkosten	$= 2{,}5 \cdot 0{,}90$	=	2,25 „
3) Geschäftsunkosten	$= 3 \cdot 2{,}25$	=	6,75 „
Selbstkosten........................		=	16,56 RM.

Die Selbstkosten für die Fertigung der Welle betragen **16,56 RM.**

Nebenrechnungen:

$30{,}21 \cdot 1{,}25$
15105
6042
3021
$37{,}7625 \approx 37{,}8$

$37{,}8 \cdot 0{,}2$
7,56

Ein besonders häufiges Anwendungsgebiet der Prozentrechnung ist die Zinsrechnung. Wenn Sie z. B. 500 RM. zur Sparkasse bringen, so erhalten Sie für dieses Darlehen, das Sie der Sparkasse geben, jährlich eine in Prozenten berechnete Vergütung. Beträgt der Zinsfuß 3%, so erhalten Sie für 1 Jahr $3 \cdot 5{,}00 = 15{,}00$ RM. Zinsen.

[1] Über die Bedeutung der Dreiecke in der Skizze vgl. Abschnitt „Oberflächenzeichen".

7. Beispiel: Sie bringen zu Beginn des Jahres 280 RM. zur Sparkasse. Der Zinsfuß beträgt $3\frac{3}{4}$%. Wie hoch ist Ihr Guthaben am Ende des Jahres?

Lösung:

1% von 280 RM. = 2,80 RM.		
$3\frac{3}{4}$% „ 280 „ = 3,75 · 2,80 =	10,50 RM.	
Anfangskapital	= 280,00	„
Zinsen	= 10,50	„
Endkapital	= 290,50	RM.

Das Guthaben beträgt am Ende des Jahres **290,50 RM.**

Nebenrechnung:

```
3,75 · 2,8
 3000
  750
10500
```

Haben wir Zinsen auszurechnen, so müssen wir berücksichtigen, daß sich der Zinsfuß auf ein Jahr bezieht. Oft finden wir auf Rechnungen oder Wertpapieren zu dem Zinsfuß die Bemerkung: p. a.; z. B. 4% p. a. Das heißt: 4% pro anno, auf deutsch: 4% je Jahr. Weicht nun die Zeit, für die Zinsen zu berechnen sind, von dem Zeitraum eines Jahres ab, so müssen wir von den Zinsen für ein Jahr auf die Zinsen für den angegebenen Zeitraum schließen.

8. Beispiel: Ein Handwerker nimmt zur Beschaffung einer Maschine von einer Bank ein Darlehen von 680,00 RM. zu einem Zinsfuß von $4\frac{1}{2}$% auf. Er zahlt das Kapital nebst Zinsen nach 7 Monaten zurück. Wieviel Reichsmark schuldet er der Bank?

Rechnungsgang: Zunächst berechnen wir die Zinsen für ein Jahr = 12 Monate. Wir schließen dann über die Zinsen für 1 Monat auf die Zinsen für 7 Monate.

Lösung:

1% Zinsen von 680 RM. sind 6,80 RM.

$4\frac{1}{2}$% „ „ 680 „ „ 4,5 · 6,80 = 30,60 RM.

Für 12 Monate sind 30,60 RM. Zinsen zu zahlen

„ 7 „ „ x „ „ „ „

$$x = \frac{30,60 \cdot 7}{12} = 17,85 \text{ RM.}$$

Darlehen	= 680,00	RM.
Zinsen für 7 Monate	= 17,85	„
Es sind zurückzuzahlen	= 697,85	RM.

Der Handwerker hat nach 7 Monaten **697,85 RM.** an die Bank zurückzuzahlen.

Nebenrechnungen:

```
6,8 · 4,5
  340
   272
 30,60
```

$$\frac{\overset{5,1}{\cancel{30,60}} \cdot 7}{\underset{2}{\cancel{12}}} = \frac{35,7}{2} = 17,85$$

Sind die Zinsen für Tage zu bestimmen, so gehen wir in ähnlicher Weise vor. Für die Berechnung der Tage sind einige Vereinfachungen festgelegt worden. Während die Dauer der Kalendermonate zwischen 28 und 31 Tagen wechselt und das Jahr 365 bzw. 366 Tage zählt, rechnet man in der Zinsrechnung grundsätzlich mit gleichbleibenden Werten. Der Monat wird stets zu 30 Tagen, das Jahr zu 360 Tagen gerechnet. Der Tag der Einzahlung eines Kapitals bei einer Kasse wird nicht mitgezählt, wohl aber der Tag der Auszahlung. Man berechnet also z. B. einen Zeitraum vom 12. Mai bis 3. August wie folgt: Für Mai zählen wir die Tage vom 13. bis zum 30. Mai. Das sind $30 - 12 = 18$ Tage. Juni und Juli ergeben $2 \cdot 30 = 60$ Tage; vom 1. bis 3. August sind 3 Tage, so daß sich insgesamt ergeben:

$$18 + 60 + 3 = 81 \text{ Tage.}$$

Hat man die Zinsen für einen bestimmten Zeitraum zu berechnen, so muß man als erstes die Anzahl der Tage feststellen.

9. Beispiel: Als Zahlungstermin einer Rechnung von 438,00 RM. ist zwischen dem Lieferanten und dem Kunden der 6. Juli vereinbart worden. Der Kunde gerät aber in Verzug und muß entsprechend den Zahlungsbedingungen 4% Verzugszinsen im Jahre bezahlen. Am 12. Oktober wird das Geld durch einen Zahlungsbefehl eingezogen. Auf wieviel Reichsmark ist die Schuld angewachsen?

Lösung: Verzugszinsen sind zu zahlen:

für Juli	$30 - 6 =$	24 Tage
„ August und September	$2 \cdot 30 =$	60 „
„ Oktober		12 „
Verzugszinsen sind zu zahlen für		96 Tage.

1% Zinsen von 438,00 RM. sind in einem Jahr 4,38 RM.
4% „ „ 438,00 „ „ „ „ „ $4 \cdot 4{,}38 = 17{,}52$ RM.

Verzugszinsen für 360 Tage = 17,52 RM.
„ „ 96 „ = x „

$$x = \frac{17{,}52 \cdot 96}{360} = 4{,}67 \text{ RM.}$$

Rechnungssumme	= 438,00 RM.
Verzugszinsen	= 4,67 „
Schuldsumme	= 442,67 RM.

Die Schuldsumme ist auf **442,67 RM.** angewachsen.

Nebenrechnungen:

$$\frac{\overset{5,84}{\cancel{17,52}} \cdot \overset{\overset{4}{\cancel{16}}}{\cancel{96}}}{\underset{\underset{\underset{5}{\cancel{15}}}{\cancel{60}}}{\cancel{360}}} = \frac{5{,}84 \cdot 4}{5} = 23{,}36 : 5 \approx 4{,}67$$

II) In den bisher besprochenen Beispielen war immer der Hundertsatz (Prozentsatz) gegeben. Oft wird uns aber auch die Aufgabe gestellt, den Hundertsatz zu errechnen.

10. Beispiel: Die Herstellungskosten einer Maschine belaufen sich auf 400 RM. Als Gewinn werden 60 RM. aufgeschlagen. Wieviel % beträgt der Gewinnaufschlag?

Rechnungsgang: Das Wesentliche bei der Berechnung eines Hundertsatzes ist, daß man sich klar darüber ist, auf welche Zahl sich der Hundertsatz beziehen soll; mit anderen Worten: Welche Zahl stellt 100% dar? In unserem Beispiel ist es die Summe 400 RM. Am einfachsten führen wir die Rechnung mit Hilfe des Dreisatzes durch. Sie wissen, daß der Ansatz eines Dreisatzes so aufgestellt wird, daß die gesuchte Größe an das Ende des Ansatzes zu stehen kommt und daß im übrigen die gleichbenannten Größen untereinander geschrieben werden müssen. Der Ansatz lautet also:

400 RM. sind 100%
60 „ „ x %

Wir schließen jetzt von 400 RM. über 1 RM. auf 60 RM.

Lösung:

400 RM. sind 100%
60 „ „ x %

400 RM. sind 100%
1 „ ist $\frac{100}{400}$%
60 „ sind $\frac{100 \cdot 60}{400}$%

$$x = \frac{100 \cdot 60}{400} = 15\%$$

Der Gewinnaufschlag beträgt 15%.

Sie ersehen aus diesem Beispiel, daß sich die Prozentrechnung ohne weiteres auf eine einfache Dreisatzrechnung zurückführen läßt. Wesentlich ist nur, daß man sich klarmacht: Welcher Wert stellt 100% dar? Die Schreibarbeit können wir uns bei diesen Dreisätzen genau so vereinfachen wie bei den früheren Aufgaben zur Dreisatzrechnung.

11. Beispiel: Ein Maschinenölfaß, dessen Rauminhalt 80 *l* beträgt, enthält noch 54 *l* Öl. Zu wieviel % ist es gefüllt?

Rechnungsgang: Ist das Faß ganz voll Öl, so ist es hundertprozentig gefüllt. 80 *l* Öl sind also gleich 100%.

Lösung:

80 *l* Öl sind 100%
54 *l* „ „ x %

$$x = \frac{100 \cdot 54}{80} = 67{,}5\%$$

Das Ölfaß ist zu 67,5% gefüllt.

Nebenrechnungen: $\frac{100 \cdot \overset{27}{54}}{\underset{4}{80}} = 270 : 4 = 67{,}5\%$

12. Beispiel: Ein Dieselmotor erzeugt 220 PS. Er gibt 165 PS Nutzleistung ab. Wieviel % von der erzeugten Leistung beträgt die Nutzleistung?

Rechnungsgang: Wenn der Dieselmotor die volle erzeugte Leistung, 220 PS, als Nutzleistung abgäbe, so könnte er 100% seiner erzeugten Leistung abgeben. Ein Teil der erzeugten Leistung geht aber durch Reibung, Antrieb von Nebenaggregaten usw. verloren, so daß die Nutzleistung niedriger als 100% ist.

Lösung:

220 PS sind 100%
165 „ „ x %

$$x = \frac{100 \cdot 165}{220} = 1650 : 22 = 75\%$$

Die Nutzleistung des Dieselmotors beträgt 75% von der erzeugten Leistung.

Beim Dieselmotor bezeichnet man den Teil von der erzeugten Leistung, der als Nutzleistung abgegeben wird, in Prozenten ausgedrückt, als Wirkungsgrad (Abkürzung für Wirkungsgrad: η, sprich: eta = kleiner Buchstabe aus dem griechischen Alphabet).

Die Antwort auf die Aufgabe des 12. Beispiels kann daher auch lauten:

Der Wirkungsgrad des Dieselmotors ist $\eta = 75\%$.

13. Beispiel: Für ein Guthaben von 450,00 RM., das wir vom 4. April bis zum 20. August bei einer Bank stehen hatten, sind uns 5,95 RM. an Zinsen gutgeschrieben worden. Mit welchem Prozentsatz je Jahr ist unser Guthaben verzinst worden?

Rechnungsgang: Wir errechnen zunächst mit Hilfe eines Dreisatzes, wieviel Reichsmark Zinsen (z) wir erhalten würden, wenn unser Guthaben nicht nur vom 4. April bis 20. August, sondern ein ganzes Jahr, also 360 Tage lang, verzinst würde. Mit einem zweiten Dreisatz rechnen wir dann aus, wieviel % diese z Reichsmark von 450,00 RM. sind.

Lösung:

Es werden Zinsen berechnet:

im April für	30 — 4 = 26 Tage
„ Mai, Juni, Juli für	3 · 30 = 90 „
„ August für	= 20 „
Zusammen für..................	136 Tage

Für 136 Tage erhalten wir 5,95 RM. Zinsen
„ 360 „ „ „ z „ „

$$z = \frac{5{,}95 \cdot 360}{136} = 15{,}75 \text{ RM.}$$

Für 1 Jahr würden wir 15,75 RM. Zinsen erhalten.

450,00 RM. sind 100%
15,75 „ „ x %

$$x = \frac{100 \cdot 15{,}75}{450} = 3{,}5\%$$

Das Guthaben ist mit 3,5% je Jahr verzinst worden.

Nebenrechnungen:

$$\frac{5{,}95 \cdot \overset{\overset{45}{90}}{\cancel{360}}}{\underset{\underset{17}{34}}{\cancel{136}}}$$

5,95 · 45
2975
2380
267,75 : 17 = 15,75
17
97
85
127
119
85
85

$$\frac{\cancel{100} \cdot \overset{\overset{0{,}35}{3{,}15}}{\cancel{15{,}75}}}{\underset{9}{\cancel{450}}} = 10 \cdot 0{,}35 = 3{,}5$$

Wir können die Ausrechnung der beiden Dreisätze noch dadurch vereinfachen, daß wir den Wert des ersten Dreisatzes $z = \frac{5{,}95 \cdot 360}{136}$ nicht erst ausrechnen, sondern unausgerechnet in den zweiten Dreisatz einsetzen. Im zweiten Dreisatz erhalten wir dann für

$$x = \frac{100 \cdot \frac{5{,}95 \cdot 3{,}60}{136}}{450} = \frac{100 \cdot 5{,}95 \cdot 360}{450 \cdot 136} = 3{,}5\%$$

Nebenrechnungen:

$$\frac{100 \cdot \overset{1{,}19}{\cancel{5{,}95}} \cdot \overset{4}{\cancel{360}}}{\underset{5}{\cancel{450}} \cdot \underset{34}{\cancel{136}}} = 119 : 34 = 3{,}5$$

102
170
170

An Hand der Tabelle S. 64 wurde ausgeführt, daß sich manche Prozentsätze durch einfache Brüche ausdrücken lassen, z. B. $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. Umgekehrt können wir auch lesen $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$. Es läßt sich überhaupt jeder Bruch in Form von Prozenten schreiben. Wir können z. B. den Bruch $\frac{5}{8}$ in 0,625 umformen. 0,625 ist gleich $\frac{62{,}5}{100} = 62{,}5\%$.

14. Beispiel: Die Steigung einer Rampe (Abb. 9) beträgt 1 : 8. Drücken Sie die Steigung in Prozent aus!

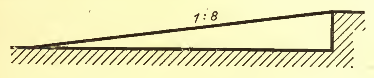


Abb. 9

Lösung: Steigung $1 : 8 = \frac{1}{8} = 0{,}125 = \frac{12{,}5}{100} = 12{,}5\%$

Die Steigung der Rampe beträgt **12,5%**.

III) Wir haben bis jetzt zwei Arten von Prozentrechnungsaufgaben behandelt: In den Beispielen 1 bis 9 war der Hundertsatz (Prozentsatz) gegeben; in den Beispielen 10 bis 14 war der Hundertsatz zu suchen. Wir können aber auch vor die Aufgabe gestellt werden, den Wert für 100% zu suchen.

15. Beispiel: In einem Gießereiofen gehen beim Schmelzen des Roheisens 6% des Einsatzes durch Abbrand verloren. Für die Herstellung von Gußteilen sind 562 kg Gußeisen erforderlich. Wieviel kg Roheisen sind in den Ofen einzusetzen?

Rechnungsgang: Vom Gewicht des Einsatzes gehen 6% durch Abbrand verloren. Von 100% des Einsatzes bleiben also 100 — 6 = 94% übrig. Dieser Teil steht also zum Gießen von 562 kg Gußteilen zur Verfügung. Zur Lösung bedienen wir uns wieder des Dreisatzes. Der Ansatz lautet:

Lösung:

94% des Einsatzes sind 562 kg
100% „ „ „ x „

94% des Einsatzes sind 562 kg
1% „ „ „ $\frac{562}{94}$ „
100% „ „ „ $\frac{562 \cdot 100}{94}$

$$x = \frac{562 \cdot 100}{94} = 600 \text{ kg}$$

Es sind **600 kg** Roheisen in den Ofen einzusetzen.

Nebenrechnungen:

$$\frac{\overset{281}{562} \cdot 100}{\underset{47}{94}} = 28100 : 47 = 597{,}8 \approx 600$$

```
235
 460
 423
  370
  329
   410
   376
    34
```

16. Beispiel: Zum Antrieb einer Arbeitsmaschine sind 4,5 kW (Kilowatt) erforderlich. Als Kraftmaschine dient ein Gleichstrommotor, dessen Wirkungsgrad 85% beträgt. Wieviel kW nimmt der Motor aus dem Leitungsnetz auf?

Rechnungsgang: Der Motor gibt von der aufgenommenen Leistung nur einen Teil, nämlich 85% = 4,5 kW, in die Arbeitsmaschine ab. Der übrige Teil (= 15%) geht im Elektromotor durch Reibung usw. verloren. Die gesamte aufgenommene Leistung (= 100%) errechnen wir mit Hilfe eines Dreisatzes.

Lösung:

$$\begin{array}{l} 85\% \text{ sind } 4{,}5 \text{ kW} \\ \underline{100\% \;\;„\;\; x \;\;„} \\ x = \dfrac{4{,}5 \cdot 100}{85} = 5{,}3 \text{ kW} \end{array}$$

Der Motor nimmt **5,3 kW** auf.

Nebenrechnungen:

$$\frac{\overset{0,9}{\cancel{4,5}} \cdot 100}{\underset{17}{\cancel{85}}} = 90 : 17 = 5{,}3$$

```
85
--
 50
 51
 --
```

17. **Beispiel:** Zinkblende enthält 65% Zink. Bei der Gewinnung gehen 15% Zink verloren. Wieviel kg Erz sind erforderlich, um 1000 kg Zink zu gewinnen?

Rechnungsgang: Wir berechnen zunächst, wieviel kg Zink in dem Erz enthalten sein müssen, um nach dem Schmelzen 1000 kg Zink zu erhalten. Von dem gesamten Zinkgewicht = 100% des Zinkgewichtes verbleiben uns nach der Gewinnung 100 — 15 = 85% = 1000 kg. Wieviel kg gleich 100% des Zinkgewichtes sind, errechnen wir mit einem Dreisatz. Das so errechnete Zinkgewicht ist 65% von dem erforderlichen Erzgewicht. Auf das gesamte Erzgewicht = 100% des Erzgewichtes schließen wir in gleicher Weise.

Beachten Sie, daß sich der Prozentsatz (85%) einmal auf das Zinkgewicht, das andere Mal (65%) auf das Erzgewicht bezieht!

Lösung:

$$\begin{array}{l} 85\% \text{ Zink sind } 1000 \text{ kg Zink} \\ \underline{100\% \;\;„\;\;\;„\;\;\; x \;\;„\;\;„} \\ x = \dfrac{1000 \cdot 100}{85} = 1176 \text{ kg} \end{array}$$

Es sind insgesamt 1176 kg Zink erforderlich.

$$\begin{array}{l} 65\% \text{ des erforderlichen Erzgewichtes sind } 1176 \text{ kg} \\ \underline{100\% \;\;„\;\;\;\;\;\;„\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;„\;\;\;\;\;„\;\;\; z \;\;„} \\ z = \dfrac{1176 \cdot 100}{65} = 1800 \text{ kg} \end{array}$$

Um 1000 kg Zink zu gewinnen, sind **1800 kg** Zinkblende erforderlich.

Nebenrechnungen: $100000 : 85 = 1176{,}4 \approx 1176$ $\qquad$ $117600 : 65 \approx 1800$

```
 85                  65
---                 ---
 150                 526
  85                 520
 ---                 ---
  650
  595
  ---
   550
   510
   ---
    400
    340
    ---
     60
```

Zusammenfassung: Aus den besprochenen Beispielen ergibt sich, daß sich die Prozentrechnung auf eine einfache Dreisatzrechnung zurückführen läßt. Dabei müssen wir uns merken:

1) 1% ist $\frac{1}{100}$ des Ganzen.

2) Das Ganze ist $100\% = \frac{100}{100}$.

3) Es ist immer zu überlegen, welche Zahl das Ganze ist, d. h. auf welche Zahl sich der Prozentsatz bezieht.

Zur Übersicht stellen wir zum Schluß drei einfache Zahlenbeispiele gegenüber.

I)	II)	III)
3% von 200 RM. = x RM.	40 RM. = x% von 500 RM.	80% von x RM. sind 240 RM. x = ? RM.
Lösung:	Lösung:	Lösung:
1% = 2,00 RM.	500 RM. sind 100%	80% sind 240 RM.
3% = 3 · 2,00 = **6,00 RM.**	40 „ „ x %	100% „ x „
	$x = \frac{100 \cdot 40}{500} = \underline{\underline{8\%}}$	$x = \frac{240 \cdot 100}{80} = \underline{\underline{\textbf{300 RM.}}}$

Die Lösung zu I) ist ein abgekürzter Dreisatz; in vollständiger Dreisatzform würde die Lösung lauten:

100% sind 200 RM.
3% „ x „

$$x = \frac{200 \cdot 3}{100} = 2 \cdot 3 = \underline{\underline{\textbf{6,00 RM.}}}$$

Die Promillerechnung

Eine Abart der Prozentrechnung ist die sogenannte Promillerechnung. In manchen Fällen ist der in Rechnung zu stellende Betrag so niedrig, daß man ihn nicht in Prozenten, also im Wert vom Hundert, sondern in Promille, also im Wert von Tausend, ausdrückt. Das gebräuchliche Zeichen dafür ist ‰.

Merke: $1‰ = \frac{1}{1000}$.

In der Lösung der Aufgaben besteht kein grundsätzlicher Unterschied gegenüber der Prozentrechnung. Lediglich an die Stelle der Zahl 100 tritt hier die Zahl 1000.

Beispiel: Ein Gebäude ist mit einem Werte von 24000 RM. gegen Feuer versichert. Wie groß ist die jährlich zu zahlende Prämie, wenn vom Versicherungswert $1\frac{1}{2}$‰ berechnet werden? (Prämie heißt die für die Versicherung jährlich als Entgelt zu entrichtende Summe.)

Lösung: $1\text{‰} = 24{,}00$ RM.

$1\frac{1}{2}\text{‰} = 1{,}5 \cdot 24{,}00 = $ **36,00 RM.**

Für den Versicherungswert von 24000 RM. sind jährlich **36,00 RM.** Prämie zu zahlen.

Kurzer Hinweis auf die Zinseszinsrechnung

Wenn Sie einem Geschäftsfreunde ein Darlehen geben, so wird Ihnen dieser dafür jährlich Zinsen zahlen und für gewöhnlich diese Zinsen an jedem Jahresschluß an Sie abführen. Das Darlehen bleibt dann in gleicher Höhe stehen. Haben Sie aber auf der Bank ein Kapital stehen, das Ihnen im Jahre bestimmte Zinsen bringt, so wird, wenn Sie die Zinsen am Jahresschluß nicht abheben, das Kapital um die Zinsen vermehrt, es wächst also.

Banken und Sparkassen berechnen die Zinsen beim Jahresschluß und schlagen sie dem Kapital zu, so daß im folgenden Jahre das um die Zinsen vermehrte Kapital wiederum Zinsen bringt, die sogenannten Zinseszinsen. Ein Kapital von 900,00 RM. zu 4% bringt in 3 Jahren $4 \cdot 9{,}00 \cdot 3 = 108{,}00$ RM. Zinsen. Genauer müssen wir nun rechnen: Wenn wir die Zinsen bei der Bank stehenlassen, erhalten wir im 1. Jahre $4 \cdot 9{,}00 = 36{,}00$ RM. Zinsen. Im 2. Jahre stehen dann 900,00 RM. + 36,00 RM. = 936,00 RM. zu 4% und ergeben $4 \cdot 9{,}36 = 37{,}44$ RM. Zinsen. Da immer nur volle Mark verzinst werden, werden am Ende des 3. Jahres 4% Zinsen von 936,00 RM. + 37,00 RM. = 973,00 RM. berechnet. Es ergeben sich also $4 \cdot 9{,}73 = 38{,}92$ RM. Zinsen. Zählen wir nun die Zinsen der 3 Jahre zusammen, so ergeben sich 36,00 RM. + 37,44 RM. + 38,92 RM. = 112,36 RM. Zinsen gegenüber 108,00 RM. bei unserer ersten Berechnung.

Da jedoch diese Art der Berechnung von Zinseszinsen für längere Zeiten sehr umständlich wäre, wird sie bei den Banken durch Ablesen von Tabellen vorgenommen. Mathematisch ist die Zinseszinsrechnung nur mit Hilfe von Formeln möglich, die erst in dem Sondergebiet der Algebra abgeleitet werden können.

Übungsaufgaben

62) Eine Werkstatt benötigt zur Ausführung eines Auftrages 1350 kg Stabstahl. 100 kg Stabstahl kosten 22,00 RM. Für Kleinmaterial (Nieten, Schrauben usw.) werden 6% zum Preise des Stabstahls geschlagen. Wieviel Reichsmark betragen die gesamten Werkstoffkosten?

63) Das Drehen einer Welle dauert 143 Min. Für Nebenarbeiten sind 12% zur Drehzeit hinzuzurechnen. Der Dreher erhält einen Stundenlohn von 0,87 RM. Wie hoch sind die Lohnkosten für die Fertigung der Welle?

64) Ein Graugußkolben soll im fertigen Zustand 1,38 kg wiegen. Bei der Bearbeitung gehen 8% des Rohgewichts verloren. Wie schwer ist der Rohling?

65) In einer Werkstatt sind im Laufe eines Jahres 6350 RM. an produktiven Löhnen gezahlt worden. An Geschäftsunkosten entstanden insgesamt 8875 RM. Wieviel Prozent von den Löhnen betragen die Unkosten der Werkstatt?

66) Eine Werkstatt bezieht 3 Schraubstöcke je 42,00 RM. Bei Zahlung innerhalb 8 Tagen werden $2\frac{1}{2}$% Skonto gewährt. Wieviel RM. sind zu zahlen?

67) Ein Gebäude im Werte von 38000 RM. soll gegen Feuer versichert werden. Die Prämie beträgt jährlich $2\frac{1}{4}$‰ der Versicherungssumme. Wieviel RM. sind jährlich an die Versicherungsgesellschaft zu zahlen?

68) Eine Kreiselpumpe soll 12,5 PS Nutzleistung abgeben können. Ihr Wirkungsgrad ist 72%. Wieviel PS muß die Antriebsmaschine stark sein?

69) Zur Beschaffung einer neuen Maschine nimmt ein Handwerker am 11. Februar 1941 bei der Bank ein Darlehen von 2800 RM. auf, das er mit $5\frac{1}{2}$% jährlich verzinsen muß. Wieviel RM. hat er zurückzuzahlen, wenn er das Darlehen bis zum 23. Oktober 1941 in Anspruch nimmt?

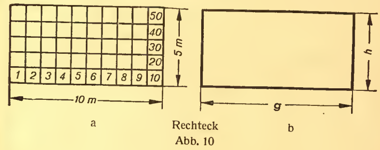
70) Die gesamte Welterzeugung an Benzol betrug im Jahre 1938 1550000 t. Davon wurden in Deutschland 520000 t erzeugt. Wieviel Prozent beträgt der Anteil Deutschlands?

71) Verwandeln Sie folgende Brüche in Prozent: $\frac{2}{5}$; $\frac{7}{8}$; $2\frac{1}{4}$; 0,138; 0,6; 3,25; 0,84; 0,051

72) Verwandeln Sie folgende Hundertsätze in dezimale Brüche: 92%; 156%; 6%; 0,8%; 24%!

Aus der Flächenberechnung

Da wir in der Technik sehr viel mit der Berechnung von Flächen zu tun haben, wollen wir die wichtigsten derselben hier gleich besprechen. Wir betrachten zunächst die Fläche, die uns Abb. 10 zeigt.



a Rechteck b

Abb. 10

4*

Der Handwerker sagt: Das Rechteck ist 10 m lang und 5 m breit. Sein Flächeninhalt ist Länge mal Breite, also $10 \text{ m} \times 5 \text{ m} = 50 \text{ m}^2$ (gesprochen Meter hoch 2, früher Quadratmeter, frühere Schreibweise qm). Der Techniker sagt: Das Rechteck nach Abb. 10b hat die Grundlinie g und die Höhe h. Sein Flächeninhalt F ist Grundlinie g mal Höhe h, also als Formel geschrieben:

$$\boxed{F = g \cdot h}$$

Diese Formel ist für alle Werte von g und h (für alle Längen und Breiten) gültig.

Ist in Abb. 10 $\quad g = 10 \text{ m}$ und $h = 5 \text{ m}$,

so ist $\quad F = g \cdot h = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$.

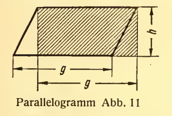
Wir wollen uns hierbei auch gleich der wichtigsten Längen- und Flächenmaße erinnern. Es ist:

1 cm = 10 mm	$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$
1 m = 100 cm	$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$
1 m = 1000 mm	$1 \text{ m}^2 = 1\,000\,000 \text{ mm}^2$

cm^2: gesprochen Zentimeter hoch 2 oder Quadratzentimeter (frühere Schreibweise qcm),

mm^2: gesprochen Millimeter hoch 2 oder Quadratmillimeter (frühere Schreibweise qmm).

Wir betrachten nun den Flächeninhalt des in Abb. 11 dargestellten Parallelogramms, das man auch Rhomboid nennt. Das Parallelogramm läßt sich mit Hilfe der gezeichneten Hilfslinien in das schraffierte Rechteck mit gleicher Grundlinie und Höhe verwandeln. Daher gilt für den Flächeninhalt des Parallelogramms ebenfalls die Formel



Parallelogramm Abb. 11

$$\boxed{F = g \cdot h}$$

Das Parallelogramm in Abb. 12 mit der Grundlinie g und der Höhe h ist durch eine Diagonale (Eckenlinie, Verbindung zwischen zwei einander gegenüberliegenden Ecken) in zwei gleich große Dreiecke zerlegt worden. Umgekehrt läßt sich jedes Dreieck dadurch in ein Parallelogramm verwandeln, daß man das gleiche Dreieck an einer Seite noch einmal anlegt, wie in Abb. 13a und b.

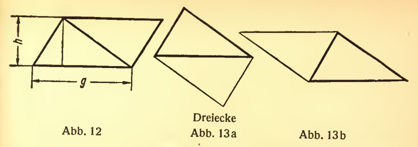


Abb. 12

Dreiecke
Abb. 13a

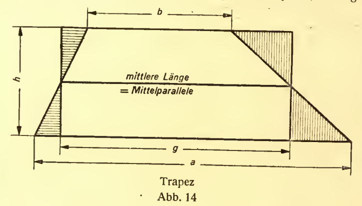
Abb. 13b

Da die Formel für den Flächeninhalt des Parallelogramms $F = g \cdot h$ lautet, so muß die Formel für den Flächeninhalt des Dreiecks als der Hälfte der Fläche eines Parallelogramms lauten:

$$F = \frac{g \cdot h}{2}$$

d. h. der Flächeninhalt des Dreiecks ist gleich Grundlinie mal Höhe geteilt durch 2.

Die bisher behandelten Flächen: Rechteck und Parallelogramm, haben je zwei parallele, d. h. gleichlaufende Seitenpaare. Das in Abb. 14 dargestellte Trapez hat nur ein paralleles Seitenpaar und zwei nichtparallele Schenkel. Jedes Trapez läßt sich, wie aus Abb. 14 ersichtlich, in ein Rechteck mit gleichem Flächeninhalt verwandeln. Die Länge des Rechtecks ist gleich der mittleren Länge des Trapezes, d. h. gleich



Trapez
Abb. 14

der Mittelparallele des Trapezes. Die mittlere Länge ergibt sich aus: untere Parallele + obere Parallele geteilt durch 2, also $g = \frac{a+b}{2}$. Der Flächeninhalt des Rechtecks ist $F = g \cdot h$, hier also $F = \frac{a+b}{2} \cdot h$.

Da das Trapez den gleichen Flächeninhalt hat, ist sein Flächeninhalt ebenfalls

$$\boxed{F = \frac{a+b}{2} \cdot h}$$

Als Sonderformen des Trapezes treten in der Praxis auf: das gleichschenklige Trapez (Abb. 15) und das rechtwinklige Trapez (Abb. 16).

Beispiel: Ein Lagerraum, dessen Querschnitt in Abb. 17 dargestellt ist, soll eine Querwand aus Fachwerk erhalten. Die Wand ist in Abb. 17 schraffiert. Wieviel m^2 Flächeninhalt hat diese Wand?

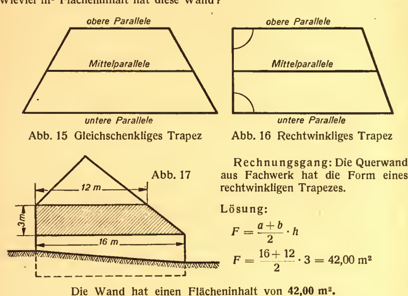


Abb. 15 Gleichschenkliges Trapez

Abb. 16 Rechtwinkliges Trapez

Rechnungsgang: Die Querwand aus Fachwerk hat die Form eines rechtwinkligen Trapezes.

Lösung:

$$F = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$F = \frac{16+12}{2} \cdot 3 = 42{,}00 \text{ m}^2$$

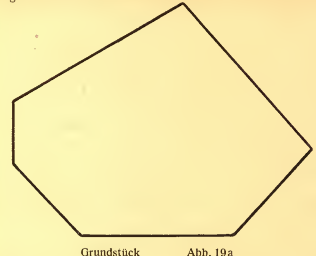
Die Wand hat einen Flächeninhalt von **42,00 m²**.

Der Flächeninhalt der bisher besprochenen Flächen konnte ohne weiteres mit Hilfe einer Formel errechnet werden. Sehen Sie sich aber nun einmal die in Abb. 18 dargestellten Flächen an! Sie stellen je ein allgemeines oder unregelmäßiges Viereck dar. Kann auch dieser Flächeninhalt mit Hilfe einer Formel errechnet werden? Nein, man muß das Viereck durch eine Eckenlinie (Diagonale) in zwei Dreiecke mit dem Flächeninhalt $F = \frac{g \cdot h}{2}$ zerlegen, so daß sich der Flächeninhalt des gezeichneten Vierecks zu $F = F_1 + F_2$ ergibt.



Abb. 18 Unregelmäßige Vierecke

Ebenso können alle Vielecke durch Einziehen von Eckenlinien in Dreiecke aufgeteilt werden.



Grundstück Abb. 19a

Beispiel: Ein Handwerksmeister will zum Bau einer Werkstatt das in Abb. 19a dargestellte Grundstück erwerben. Der Verkäufer verlangt für 1 m² 14 RM. Um den überschlägigen Preis des Grundstücks festzustellen, hat der Handwerksmeister das Grundstück ausgemessen. Abb. 19b zeigt die ermittelten Maße.

Was kostet das Grundstück?

Rechnungsgang: Durch die Eckenlinien wird das unregelmäßige Vieleck in vier Dreiecke aufgeteilt, deren Inhalt wir berechnen.

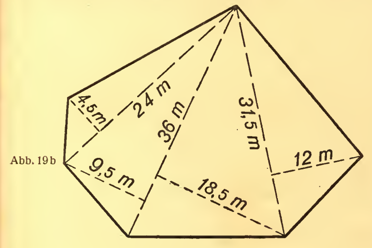


Abb. 19b

Lösung: Flächeninhalt des Flächenteils $\text{I} = \frac{31{,}5 \cdot 12}{2} = 189\ \text{m}^2$

" " " $\text{II} = \frac{36 \cdot 18{,}5}{2} = 333$ "

" " " $\text{III} = \frac{36 \cdot 9{,}5}{2} = 171$ "

" " " $\text{IV} = \frac{24 \cdot 4{,}5}{2} = 54$ "

Flächeninhalt des Grundstücks $= 747\ \text{m}^2$

Preis des Grundstücks $= 747 \cdot 14 = 10458$ RM.

Das Grundstück kostet **10458 RM.**

Nebenrechnungen:

$$\frac{31{,}5 \cdot \overset{6}{\cancel{12}}}{\cancel{2}} = 31{,}5 \cdot 6 \qquad \frac{\overset{18}{\cancel{36}} \cdot 18{,}5}{\cancel{2}} = 18{,}5 \cdot 18$$

$$\begin{array}{r} 31{,}5 \cdot 6 \\ \hline 189{,}0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 18{,}5 \cdot 18 \\ \hline 1480 \\ 185 \\ \hline 333{,}0 \end{array}$$

$$\frac{\overset{18}{\cancel{36}} \cdot 9{,}5}{\cancel{2}} = 9{,}5 \cdot 18 \qquad \frac{\overset{12}{\cancel{24}} \cdot 4{,}5}{\cancel{2}} = 4{,}5 \cdot 12$$

$$\begin{array}{r} 9{,}5 \cdot 18 \\ \hline 760 \\ 95 \\ \hline 171{,}0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4{,}5 \cdot 12 \\ \hline 90 \\ 45 \\ \hline 54{,}0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 747 \cdot 14 \\ \hline 2988 \\ 747 \\ \hline 10458 \end{array}$$

Eine in der Technik viel gebrauchte Fläche ist der Kreis. Wir benennen seinen Durchmesser mit d, seinen Halbmesser (Radius) mit r und seinen Umfang mit U. Messen Sie mit einem Bindfaden den Umfang eines Wagenrades und mit einem Zollstock den Durchmesser des Rades. Jetzt rechnen Sie: Länge des Umfanges geteilt durch die Länge des Durchmessers! Wiederholen Sie dasselbe an einem zweiten Rade von anderer Größe, an einer Riemenscheibe, an einer Konservendose! Immer werden Sie eine Zahl errechnen, die etwas größer als 3 ist. Der Kreis hat die Eigenschaft, daß das Verhältnis zwischen Umfang und Durchmesser immer das gleiche ist. Es ist bei allen Kreisen Umfang : Durchmesser $= 3{,}14$, $\frac{U}{d} = 3{,}14$. Diese Zahl ist fest, unveränderlich (konstant).

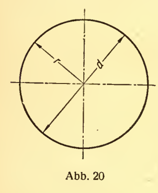


Abb. 20

Man drückt sie daher durch einen besonderen Buchstaben aus, nämlich den griechischen Buchstaben π, gesprochen pi.

Aus der Tatsache, daß in jedem Kreise $\frac{U}{d} = \pi$ ist, erhalten wir die Formel für den Umfang des Kreises, indem wir beide Seiten der Gleichung $\frac{U}{d} = \pi$ mit d malnehmen.

$$\frac{U}{d} \cdot d = d \cdot \pi$$

Umfang gleich Durchmesser mal 3,14, als Formel geschrieben:

$$\boxed{U = d \cdot \pi}$$

Wenn wir für den Durchmesser d den doppelten Halbmesser $2r$ einsetzen, erhalten wir $U = 2r \cdot \pi$.

Auch in der Formel für den Flächeninhalt tritt diese Zahl auf. Die Formel lautet: $F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$ (d^2 bedeutet $d \cdot d$). Wenn wir für den Durchmesser d den doppelten Halbmesser $2r$ einsetzen, ändert sich die Formel folgendermaßen:

$$F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{d \cdot d \cdot \pi}{2 \cdot 2} = \frac{d \cdot d}{2 \cdot 2} \cdot \pi = \frac{2r \cdot 2r \cdot \pi}{2 \cdot 2} = r \cdot r \cdot \pi = r^2 \cdot \pi$$

$$\boxed{F = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \text{ oder } F = r^2 \cdot \pi}$$

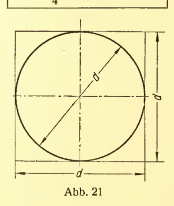


Abb. 21

Angenähert ist $F = \frac{d^2 \cdot 3{,}14}{4} \approx \frac{3}{4}\, d^2$.

In Abb. 21 ist:

Flächeninhalt des Quadrates: $F = d \cdot d = d^2$

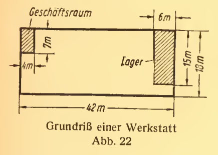
Flächeninhalt des Kreises: $F_1 = \frac{d \cdot d \cdot 3{,}14}{4} \approx \frac{3}{4}\, d^2$.

Also ist der Flächeninhalt eines Kreises rund $\frac{3}{4}$ des Flächeninhaltes eines Quadrates mit der Seitenlänge d.

Übungsaufgaben

1) Welchen Flächeninhalt hat ein Grundstück von 145 m Länge und 286 m Breite?

2) Wie groß ist der Flächeninhalt einer rechteckigen Werkstatt von 23,75 m Länge und 14,65 m Breite?

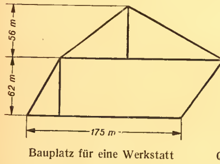


Grundriß einer Werkstatt
Abb. 22

3) In eine Werkstatt nach Abb. 22 wird ein Lager und ein Geschäftszimmer eingebaut. Wie groß ist der verbleibende Arbeitsraum?

4) Welchen Flächeninhalt hat der in Abb. 23 dargestellte Bauplatz für eine Werkstatt?

5) Die gußeiserne Säule nach Abb. 24 darf je cm² mit 450 kg Druck belastet werden. Welche Last kann die Säule tragen?

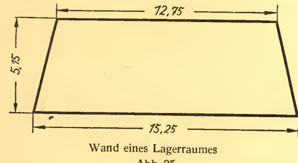


Bauplatz für eine Werkstatt
Abb. 23

190 − 30 − 30 = 130
30
190
190

Querschnitt einer gußeisernen Säule
Abb. 24

6) Im Dachgeschoß eines Lagerraumes ist die in Abb. 25 skizzierte Wand mit Brettern zu verschalen. Was kostet die Verschalung, wenn 1 m² mit 5,85 RM. berechnet wird?



Wand eines Lagerraumes
Abb. 25

Geometrie

Zur Vorbereitung auf das Studium an einer Ingenieurschule müssen wir uns auch mit der Geometrie beschäftigen. Der Name ist Ihnen noch fremd, und Sie vermuten allerhand Schwierigkeiten dahinter. Trotzdem haben Sie in Ihrer praktischen Tätigkeit schon mit geometrischen Begriffen zu tun gehabt. Jeder Schlosserlehrling lernt bei seinen ersten Feilübungen die ebene Fläche kennen. Mit dem Winkel prüft er, ob zwei zusammenstoßende Flächen im rechten Winkel zueinanderstoßen. Mit dem Spitzzirkel und Stangenzirkel reißt er Kreise und Kreisbögen auf. Mit dem Zentrierwinkel sucht er den Wellenmittelpunkt, also einen Kreismittelpunkt. Zum Anreißen und Prüfen von zylindrischen Maschinenteilen braucht er ein Prisma. Mit dem Strichmaß und Parallelreißer reißt er parallele Linien an. So haben Sie schon eine Menge geometrischer Begriffe in Ihrer Praxis angewandt.

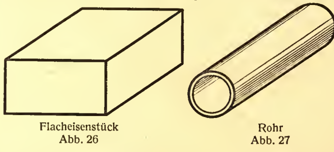
Die Geometrie ist ein Teil der Mathematik. Mathematik ist die Wissenschaft von Zahl und Raum, die Geometrie behandelt die für die räumlichen Gebilde bestehenden Gesetze, soweit sie sich auf Größe, Form und Lage zueinander beziehen.

Die Geometrie gliedert sich in zwei Gebiete:

1. Die ebene Geometrie oder Planimetrie befaßt sich mit Gebilden, die in einer Ebene liegen, z.B. dem Rechteck, dem Dreieck und dem Kreis.
2. Die Geometrie der räumlichen Gebilde oder Stereometrie befaßt sich mit Gebilden, die im Raume liegen, z. B. Quader, Zylinder.

Geometrische Gebilde

In Abb. 26 und 27 sehen wir zwei bekannte Körper, ein Flacheisenstück und ein Rohr. Diese beiden Körper werden durch Flächen be-



Flacheisenstück
Abb. 26

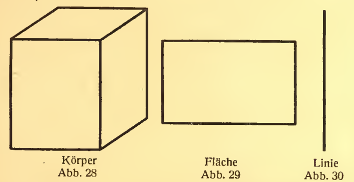
Rohr
Abb. 27

grenzt. Wir sehen, die Begrenzungsflächen des Flacheisens sind ebene Flächen, die des Rohres dagegen ist eine räumlich gekrümmte Fläche. In der ebenen Geometrie behandeln wir nur ebene Flächen. Ebene Flächen werden von Linien begrenzt, die ebenfalls nur in einer Ebene liegen.

Erklärung von Körper, Fläche, Linie und Punkt

In Abb. 28 ist ein geometrischer Körper dargestellt, den wir Quader nennen. Er besitzt eine Länge, eine Breite und eine Höhe, hat also drei Ausdehnungen. Daraus ergibt sich:

Ein Körper ist ein Gebilde, das drei Ausdehnungen hat. (Für das Wort Ausdehnung finden Sie auch oft noch das Fremdwort Dimension.)



Körper
Abb. 28

Fläche
Abb. 29

Linie
Abb. 30

In Abb. 29 ist eine Fläche dargestellt. Diese Fläche besitzt eine Länge und eine Breite, hat also zwei Ausdehnungen. Daraus folgt:

Eine Fläche ist ein Gebilde, das zwei Ausdehnungen hat.

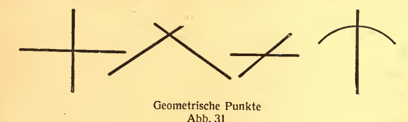
In Abb. 30 ist eine Linie gezeigt. Diese Linie hat keine Breite und keine Höhe, sondern nur eine Länge.

Eine Linie hat also nur eine Ausdehnung.

Ein Punkt hat weder eine Längen- noch eine Breiten- noch eine Höhenausdehnung. Daraus ergibt sich:

Ein Punkt hat keine Ausdehnung.

Selbst das kleinste Sandkorn ist im geometrischen Sinn kein Punkt, da es ja einen wenn auch sehr kleinen Raum einnimmt. In der Geometrie ist der Punkt nur die Stelle, an der sich zwei oder mehrere Linien schneiden. Abb. 31 zeigt uns einige Beispiele solcher durch Schnitte von Linien gebildeter Punkte.



Geometrische Punkte
Abb. 31

Erklärung von Gerade, Strahl, Strecke

Wenn der Konstrukteur mit der Bearbeitung eines Entwurfes beginnt, so legt er zunächst eine Mittellinie fest, die nach beiden Seiten ohne bestimmte Begrenzung bleibt. Eine solche gerade Linie, die nach keiner Seite begrenzt ist, nennen wir in der Geometrie eine Gerade. Hat ein Schlosser auf einem Blech einen Winkel anzureißen, so reißt er von einem Punkt ausgehend zwei Linien auf. Beide Linien haben also einen Anfangspunkt, während sie nach dem anderen Ende hin ohne bestimmte Begrenzung bleiben. Wir bezeichnen eine solche Linie, die nur an einem Ende begrenzt ist, in der Geometrie als Strahl. (Denken Sie an die Strahlen eines Scheinwerfers, die alle einen Anfangspunkt, aber keinen bestimmten Endpunkt haben!) Wird auf dem Reißbrett die durch ein genaues Maß festgelegte Kante eines Maschinenteils aufgetragen, so haben wir eine Linie vor uns, die beiderseits begrenzt ist. Eine solche Linie nennt man in der Geometrie eine Strecke.

Fassen wir noch einmal zusammen:

Eine Gerade ———————— ist nach keiner Richtung begrenzt.
Ein Strahl |———————— ist nach einer Richtung begrenzt.
Eine Strecke |————————| ist nach beiden Richtungen begrenzt.

Maßeinheiten

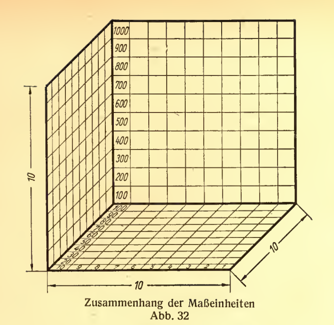
Um die Größe von Körpern, Flächen und Strecken feststellen zu können, benutzen wir die Maßeinheiten. Die Länge einer Strecke messen wir mit dem Längenmaß. Längenmaße sind:

Meter (m), Dezimeter (dm), Zentimeter (cm), Millimeter (mm).
Große Strecken messen wir in Kilometern (km).

Flächen werden mit dem Flächenmaß gemessen. Flächenmaße sind: Quadratmeter (m^2), Quadratdezimeter (dm^2), Quadratzentimeter (cm^2), Quadratmillimeter (mm^2). Den Flächeninhalt von Grundstücken gibt man vielfach auch an in Hektar (ha) und Ar (a).

Der Rauminhalt von Körpern wird mit dem Raummaß gemessen. Raummaße sind: Kubikmeter (m^3), Kubikdezimeter (dm^3), Kubikzentimeter (cm^3), Kubikmillimeter (mm^3). Als Flüssigkeits-, Schütt- und Hohlmaß wird im allgemeinen das Liter (l) gebraucht. 1 l hat den gleichen Rauminhalt wie 1 dm^3.

Es ist:	$1\ m^2 = 10 \cdot 10 = 100\ dm^2$ (s. Abb. 32)
$1\ m = 10\ dm$	$1\ dm^2 = 10 \cdot 10 = 100\ cm^2$
$1\ dm = 10\ cm$	$1\ cm^2 = 10 \cdot 10 = 100\ mm^2$
$1\ cm = 10\ mm$	$1\ ha = 10\,000\ m^2$, $1\ a = 100\ m^2$
also $1\ m = 10\ dm =$	$1\ m^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000\ dm^3$ (s. Abb. 32)
$100\ cm = 1000\ mm$	$1\ dm^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000\ cm^3$
	$1\ cm^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000\ mm^3$



Zusammenhang der Maßeinheiten
Abb. 32

Mathematische Zeichen

Für bestimmte, in der Mathematik immer wiederkehrende Begriffe sind Zeichen eingeführt worden, die uns Schreibarbeit ersparen helfen. Einige solcher Zeichen zeigt Ihnen die nachstehende Übersicht:

$\approx$ sprich: „angenähert" oder „nahezu gleich" oder „rund" oder „etwa"

$\triangle$	„	Dreieck	$\perp$	sprich:	senkrecht auf
∞	„	unendlich	$>$	„	größer als
$\triangleq$	„	entspricht	$<$	„	kleiner als

Wenn wir schreiben: 4 cm $<$ 5 cm $<$ 6 cm, so bedeutet das: 4 cm ist kleiner als 5 cm, und 5 cm ist kleiner als 6 cm; oder 5 cm liegt zwischen 4 cm und 6 cm.

Ebenso können wir auch schreiben: 6 cm $>$ 5 cm $>$ 4 cm. Das bedeutet: 6 cm ist größer als 5 cm, und 5 cm ist größer als 4 cm; oder 5 cm liegt zwischen 6 cm und 4 cm.

Alle diese Zeichen sind durch die Deutschen Normen (DIN) festgelegt.

Der Winkel

Die beiden Schenkel eines Winkels, die von einem gemeinsamen Anfangspunkt ausgehen, hatten wir als Strahlen bezeichnet. Wir leiten daraus den Satz her:

Zwei Strahlen mit gleichem Anfangspunkt schließen einen Winkel ein.

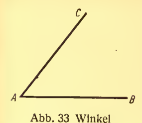


Abb. 33 Winkel

In Abb. 33 ist ein Winkel dargestellt, den wir als Winkel *CAB* bezeichnen. Für das Wort Winkel verwenden wir das Zeichen ∢. Die beiden Strahlen *AC* und *AB* bezeichnet man als die Schenkel, den Punkt *A* als Scheitel des Winkels. Der Schenkel *AC* kann gegenüber dem Schenkel *AB* verschiedene Stellungen einnehmen. Damit ändert sich dann auch der Winkel.

Spitzer Winkel
Abb. 34

Rechter Winkel
Abb. 35

Stumpfer Winkel
Abb. 36

Gestreckter Winkel
Abb. 37

Überstreckter (überstumpfer) Winkel
Abb. 38

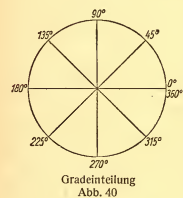
Vollwinkel
Abb. 39

Die Abb. 34—39 zeigen uns verschiedene Winkel. Den Winkel in Abb. 34 nennen wir einen spitzen Winkel. Wir lassen den Winkel größer werden, indem wir den Schenkel *AC*, den wir den „freien“ Schenkel nennen, um den Scheitel *A* entgegen dem Sinne des Uhrzeigers drehen. Der Schenkel *AB* bleibt „fest“. In Abb. 35 steht der Schenkel

AC senkrecht auf *AB*. Einen solchen Winkel nennen wir einen rechten Winkel. Drehen wir weiter, so erhalten wir einen stumpfen Winkel (Abb. 36). In Abb. 37 hat der Schenkel *AC* eine Lage erreicht, in der er mit dem Schenkel *AB* eine Gerade bildet. Einen solchen Winkel nennt man einen gestreckten Winkel. Wir drehen weiter und erhalten einen überstreckten (überstumpfen) Winkel, wie ihn Abb. 38 zeigt. Schließlich erreicht der Schenkel *AC* eine Lage, in der er sich mit dem Schenkel *AB* überdeckt. Man nennt einen solchen Winkel einen Vollwinkel (Abb. 39).

Winkelmessung

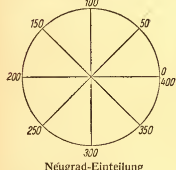
Um die Größe eines Winkels bestimmen zu können, hat man den Vollwinkel in 360 Teile eingeteilt. Jeder Teil wird als 1 Grad bezeichnet. Man schreibt 1 Grad = 1°. Der Vollwinkel hat also 360°. Abb. 40 zeigt uns die Größen verschiedener Winkel. Ein rechter Winkel ist der 4. Teil eines Vollwinkels, hat also 90°, der gestreckte Winkel hat 180°. Da die Gradeinteilung für viele Fälle der Praxis noch zu grob ist, wird 1° unterteilt, und zwar in 60 Minuten. 1 Minute schreibt man 1′, also 1° = 60′. Die Minute unterteilt man wieder in 60 Sekunden. 1 Sekunde wird geschrieben: 1″. 1′ = 60″. Daraus ergibt sich:



Gradeinteilung
Abb. 40

$$1° = 60', \ 1' = 60'', \text{ also } 1° = 60 \cdot 60 = 3600''$$

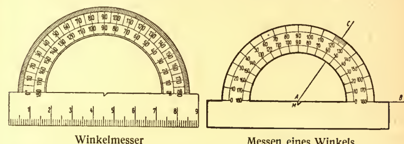
Im Vermessungswesen ist eine neue Einteilung des Vollwinkels in 400 Neugrad, geschrieben 400^g, eingeführt worden. Der rechte Winkel ist hierbei also 100^g, der gestreckte Winkel 200^g, wie uns Abb. 41 zeigt. Hierbei wird nun 1^g in 100 Neuminuten unterteilt. 1 Neuminute schreibt man 1^c, also $1^g = 100^c$. Die Neuminute wird wieder in 100 Neusekunden unterteilt. 1 Neusekunde = 1^{cc}, also $1^c = 100^{cc}$. Diese Einteilung hat den Vorteil, daß man Neuminuten und Neusekunden ohne weiteres als Dezimalstellen schreiben kann, z. B. $15^g\,18^c\,11^{cc} = 15{,}1811^g$.



Neugrad-Einteilung
Abb. 41

Der Winkelmesser

Um die Größe eines Winkels messen zu können, benutzen wir den Winkelmesser, der in Abb. 42 dargestellt ist. Die Gradeinteilung ist auf einem halbkreisförmigen Ring aufgetragen. Um einen Winkel messen zu können, müssen Sie einen Schenkel des zu messenden Winkels BAC (Abb. 43) mit der oberen geraden Kante des Winkelmessers so zur Deckung bringen, daß der Scheitel A mit der linken oberen Ecke M der auf der genannten Geraden befindlichen Kerbe zusammenfällt. Die



Winkelmesser
Abb. 42

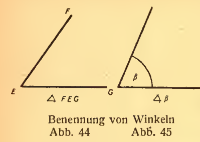
Messen eines Winkels
Abb. 43

Größe des Winkels, z. B. 55° (Abb. 43), ergibt sich sodann im Schnittpunkt des freien Winkelschenkels CA mit dem inneren Halbkreis des Winkelmessers. Ebenso können Sie auch einen Winkel von bestimmter Größe mit Hilfe des Winkelmessers zeichnen. Hierzu zeichnen Sie erst einen Schenkel des Winkels, legen an diesen wieder den Winkelmesser so an, daß der Punkt M sich mit dem vorher festgelegten Scheitel deckt und zeichnen nun die verlangte Winkelgröße an der äußeren oder inneren Gradteilung durch einen kurzen Strich an. Die Verbindungslinie des Scheitels mit diesem Strich ergibt dann den zweiten Schenkel des verlangten Winkels. Auf den meisten Winkelmessern ist die Gradteilung doppelt angegeben, einmal im Sinne des Uhrzeigers und dann entgegengesetzt, so daß man Winkel von 0° bis 180°, ohne zu rechnen, zeichnen kann. Der Winkelmesser ist ein Hilfsmittel zum Zeichnen, das für geometrische Genauigkeit nur unvollkommen ausreicht. Man benutzt ihn daher möglichst wenig. In geometrischen Aufgaben werden die darin vorkommenden Winkel meist zeichnerisch durch entsprechende Konstruktionen gefunden, wie wir später lernen werden.

Benennung von Winkeln

Wir haben bisher die Winkel, die wir benutzten, nach drei Buchstaben benannt, die wir an den Scheitel und die beiden Schenkel anschrieben. Den in Abb. 44 dargestellten Winkel können wir $\sphericalangle\, FEG$ oder auch $\sphericalangle\, GEF$ nennen. Zu beachten ist dabei nur, daß der Buchstabe, der den Scheitel bezeichnet, stets in der Mitte steht. Eine weitere Art der

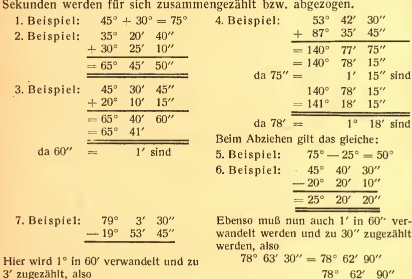
Benennung von Winkeln ist die durch einzelne Buchstaben. Hierfür benutzt man die kleinen Buchstaben des griechischen Alphabets. Abb. 45 zeigt Ihnen einen so benannten Winkel. Die Buchstaben des griechischen Alphabets, die am häufigsten als Winkelbezeichnungen vorkommen, sind: α, β, γ, δ, ε (gesprochen: alpha, beta, gamma, delta, epsilon). Weitere Buchstaben des griechischen Alphabets, die in der Geometrie Verwendung finden, werden wir später kennenlernen.



Benennung von Winkeln
Abb. 44 Abb. 45

Zusammenzählen und Abziehen von Winkeln

Sollen Winkel zusammengezählt oder voneinander abgezogen werden, so rechnet man dabei wie mit gewöhnlichen Zahlen. Grad, Minuten und Sekunden werden für sich zusammengezählt bzw. abgezogen.



1. Beispiel: 45° + 30° = 75°

2. Beispiel:
35° 20′ 40″
+ 30° 25′ 10″
= 65° 45′ 50″

3. Beispiel:
45° 30′ 45″
+ 20° 10′ 15″
= 65° 40′ 60″
= 65° 41′
da 60″ = 1′ sind

4. Beispiel:
53° 42′ 30″
+ 87° 35′ 45″
= 140° 77′ 75″
= 140° 78′ 15″
da 75″ = 1′ 15″ sind
140° 78′ 15″
= 141° 18′ 15″
da 78′ = 1° 18′ sind

Beim Abziehen gilt das gleiche:

5. Beispiel: 75° — 25° = 50°

6. Beispiel:
45° 40′ 30″
— 20° 20′ 10″
= 25° 20′ 20″

7. Beispiel:
79° 3′ 30″
— 19° 53′ 45″

Hier wird 1° in 60′ verwandelt und zu 3′ zugezählt, also
79° 3′ 30″ = 78° 63′ 30″

Ebenso muß nun auch 1′ in 60″ verwandelt werden und zu 30″ zugezählt werden, also
78° 63′ 30″ = 78° 62′ 90″
78° 62′ 90″
— 19° 53′ 45″
= 59° 9′ 45″

Vervielfachen und Teilen von Winkeln

Soll ein Winkel mit einer Zahl malgenommen werden, so nimmt man Grad, Minuten und Sekunden einzeln mit der Zahl mal. Ergeben sich bei Minuten und Sekunden Werte über 60, so sind sie entsprechend umzuwandeln.

1. Beispiel: 10° 20′ 10″ · 2
= 20° 40′ 20″

2. Beispiel: 4° 25′ 30″ · 2
= 8° 50′ 60″
= 8° 51′

3. Beispiel: 40° 8′ 31″ · 4
= 160° 32′ 124″
124″ ergeben 2′ 4″
also = 160° 34′ 4″

Beim Teilen werden Grad, Minuten und Sekunden einzeln geteilt.

4. Beispiel: 30° 24′ 16″ : 2
= 15° 12′ 8″

5. Beispiel: 45° 4′ 28″ : 2

Da 45° nicht durch 2 ohne Rest teilbar ist, wird 1° in 60′ umgewandelt, also

45° 4′ 28″ = 44° 64′ 28″ : 2
= 22° 32′ 14″

6. Beispiel: 82° 23′ 15″ : 9
= 81° 83′ 15″ : 9

Da 83′ nicht durch 9 ohne Rest teilbar ist, werden 2′ in 120″ umgewandelt, also

81° 83′ 15″ = 81° 81′ 135″ : 9
= 9° 9′ 15″

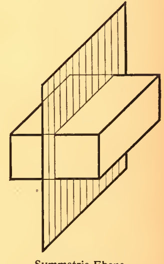
Und nun üben Sie selbst!

Übungsaufgaben

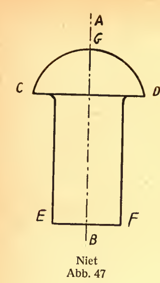
1) 32° 18′ 35″ + 31° 16′ 8″
2) 77° 48′ 59″ + 12° 11′ 1″
3) 122° 45′ 40″ + 22° 14′ 20″
4) 80° 30′ 15″ — 15° 10′ 11″
5) 90° — 22° 30′ 10″
6) 122° 0′ 30″ — 118° 48′ 45″
7) 23° 15′ 17″ · 3
8) 21° 15′ 22″ · 3
9) 21° 28′ 8″ · 7
10) 45° 24′ 18″ : 3
11) 23° 5′ 10″ : 2
12) 37° 29′ 4″ : 4

Symmetrie

Wir treffen in der Technik oft Bauteile an wie Wellen, Räder, Buchsen, Zylinder, Säulen, Rohre, Kessel und andere, die wir uns durch eine Ebene so durchgeschnitten denken können, daß der eine Teil das Spiegelbild des anderen ist. Solche Körper nennen wir symmetrisch. Rechts und links der Schnittebene sind die Abmessungen beider Teile gleich. Eine solche Schnittebene nennt man auch eine Symmetrie-Ebene. Abb. 46 zeigt uns ein Flacheisenstück, das durch eine Symmetrie-Ebene in symmetrische Hälften zerlegt ist. Hier handelt es sich um ein räumliches Gebilde, also um Symmetrie des Raumes, die durch Symmetrie-Ebenen gebildet wird. Ebenso gibt es aber auch eine Symmetrie der Fläche.



Symmetrie-Ebene
Abb. 46

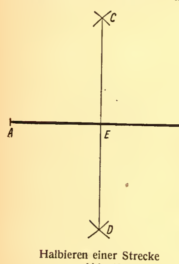


Niet
Abb. 47

In Abb. 47 sehen Sie ein Niet dargestellt. Die Mittellinie $A\ B$, die wir als Hilfslinie zum Zeichnen brauchen und die, wie Abb. 47 uns zeigt, als strichpunktierte Linie gekennzeichnet wird, ist hier die Symmetrie-Gerade. Das heißt, rechts und links dieser Geraden ist die Zeichnung vollkommen gleich gestaltet. Der Punkt C z. B. hat von der Symmetrie-Geraden den gleichen Abstand wie der entsprechende Punkt D auf der anderen Seite und liegt in gleicher Höhe. Ebenso hat die Strecke $C\ E$ von $A\ B$ den gleichen Abstand wie $D\ F$. Der Bogenteil $\widehat{C\ G}$ entspricht dem Bogenteil $\widehat{D\ G}$. Die linke Hälfte der Zeichnung ist hier auch das Spiegelbild der rechten Seite. Eine Symmetrie-Gerade bezeichnet man auch als Achse.

Geometrische Konstruktionen

Merke: Für das Zeichnen geometrischer Konstruktionen werden als Hilfsmittel nur Zirkel und Lineal benutzt.



Halbieren einer Strecke
Abb. 48

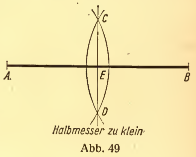
1) Eine Strecke ist zu halbieren!

Gegeben ist die Strecke $A\ B$ (Abb. 48), gesucht wird der Halbierungspunkt.

Um A als Mittelpunkt wird mit dem Zirkel ein Kreisbogen geschlagen. Die Zirkelöffnung nimmt man größer als die Hälfte von AB. Mit der gleichen Zirkelöffnung wird ein zweiter Kreisbogen um B geschlagen. Beide Kreisbögen schneiden sich in den Punkten C und D. Die Verbindungslinie von C nach D schneidet AB in E. Punkt E ist der gesuchte Halbierungspunkt. Unzweckmäßig ist es, die Zirkelöffnung nur wenig größer als die Hälfte von AB zu wählen, da

dann die Kreisbögen unklare Schnittpunkte ergeben und die Schnittpunkte ganz nahe aneinanderliegen. Das Zeichnen der gesuchten Geraden CD wird dadurch ungenau (siehe Abb. 49).

Begründung: In CD haben wir die Symmetrie-Gerade konstruiert. Der Punkt C ist von A und B gleich weit entfernt, da wir ihn ja mit der gleichen Zirkelöffnung finden. Das gleiche gilt von Punkt D. Folglich muß auch der auf der Verbindungslinie von C nach D liegende Punkt E gleiche Entfernung von A und B haben, d. h. er ist der Halbierungspunkt der Strecke AB.



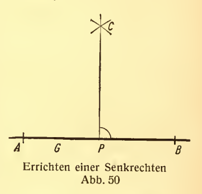
Halbmesser zu klein
Abb. 49

Aus der Tatsache, daß CD die Symmetrie-Achse ist, ergibt sich: $\sphericalangle AEC$ muß gleich $\sphericalangle BEC$ sein. Beide zusammen bilden einen gestreckten Winkel von 180°. Also ist jeder von ihnen gleich 90°, gleich einem rechten.

Das bedeutet: Die Linie CD steht senkrecht auf der Linie AB. Da sie gleichzeitig die Strecke AB halbiert, nennt man sie die „Mittelsenkrechte“. Die Aufgabe, zu einer gegebenen Strecke AB die Mittelsenkrechte zu zeichnen, wird also genau so gelöst wie die vorstehende Aufgabe, eine Strecke zu halbieren.

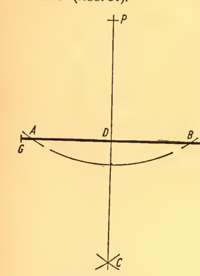
2) Auf einer Geraden ist in einem Punkt P die Senkrechte zu errichten! Gegeben ist die Gerade G und auf ihr der Punkt P (Abb. 50).

Von P als Mittelpunkt zeichnet man auf der Geraden G durch eine beliebige Zirkelöffnung die Punkte A und B. Mit einer beliebigen anderen Zirkelöffnung, die aber größer als AP sein muß, schlägt man Kreisbögen um A und B, die sich in C schneiden. Auch hier soll die Zirkelöffnung nicht zu klein sein, damit der Punkt C genügenden Abstand von der Geraden G hat. Die Verbindungslinie CP ist die gesuchte Senkrechte. Begründung: Vergleichen Sie Abb. 50 mit Abb. 48, so sehen Sie, daß hier wieder CP Symmetrie-Gerade und Mittelsenkrechte zu AB ist. Damit ist auch $\sphericalangle CPB = \sphericalangle CPA = 90°$.



Errichten einer Senkrechten
Abb. 50

3) Von einem Punkt außerhalb einer Geraden ist auf diese Gerade das Lot zu fällen! Gegeben ist die Gerade G und der Punkt P (Abb. 51).



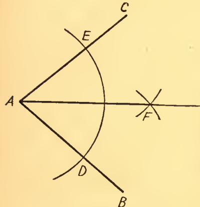
Fällen eines Lotes
Abb. 51

Mit einer genügend großen Zirkelöffnung ist um P ein Kreisbogen zu schlagen, der die gegebene Gerade G in den Punkten A und B schneidet. Mit einer beliebigen, aber gleichen Zirkelöffnung werden um A und B zwei weitere Kreisbögen geschlagen, die sich in C schneiden. Die Verbindungslinie PC, die AB in D schneidet, ist das gesuchte Lot. Die Begründung ergibt sich aus dem Vergleich dieser Abbildung mit den vorhergehenden ohne weiteres.

Merke: Auch hier ist darauf zu achten, daß A und B nicht zu nahe beieinanderliegen und daß Punkt C genügend weit von der Geraden G entfernt liegt.

4) Ein Winkel ist zu halbieren!

Gegeben ist der Winkel BAC (Abb. 52).



Halbieren eines Winkels
Abb. 52

Mit einer beliebig großen Zirkelöffnung wird um A ein Kreisbogen geschlagen, der die beiden Schenkel des Winkels in D und E schneidet. Um diese Punkte mit beliebigen, aber unter sich gleichen Halbmessern geschlagene Kreisbogen ergeben den Schnittpunkt F. Die Verbindungslinie von A nach F ist die gesuchte Winkelhalbierende.

Begründung: Die Gerade AF ist eine Symmetrie-Gerade, da die Punkte E und D von ihr den gleichen Abstand haben. Die obere Hälfte der Figur ist das Spiegelbild der unteren. Infolgedessen sind auch die beiden Winkel CAF und BAF gleich groß.

5) Näherungskonstruktion einer Ellipse mit Hilfe der Scheitelkrümmungskreise.

Sowohl in der Geometrie als auch im technischen Zeichnen haben wir manchmal Ellipsen zu zeichnen. Nun ist es nicht leicht, Ellipsen aus freier Hand gut darzustellen. Daher wollen wir eine Hilfskonstruktion kennenlernen, die es uns ermöglicht, durch Kreisbögen wenigstens Teile der Ellipse so zu zeichnen, daß die Ergänzung zur ganzen Ellipse nicht mehr schwierig ist. In Abb. 53 ist eine Ellipse dargestellt. AB ist die große, CD die kleine Achse der Ellipse. Diese beiden Achsen bestimmen die Form und die Größe der Ellipse. Sie werden also beim Zeichnen einer Ellipse als gegebene Stücke vorausgesetzt. Die beiden Achsen stehen senkrecht aufeinander und halbieren sich gegenseitig. Sie sind gleichzeitig Symmetrie-Achsen der Ellipse.

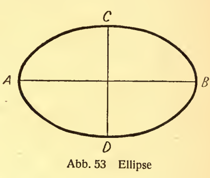


Abb. 53 Ellipse

Sollen wir nun eine Ellipse zeichnen, so legen wir zunächst die große Achse AB und die kleine Achse CD fest (Abb. 54). Durch den Punkt C wird eine Gerade gezogen, die gleiche Richtung hat wie AB, durch B wird eine zweite Gerade gezogen, die gleiche Richtung hat wie DC. Diese beiden Geraden schneiden sich im Punkt E. Ferner wird C mit B verbunden. Vom Punkt E wird auf CB das Lot gefällt (vgl. Aufgabe 3). Dieses schneidet die Achse AB in M_1 und die über D hinaus verlängerte Achse CD in M_2. Durch Übertragen des Punktes M_1 auf die andere Seite der Achse AB erhält man M_1' und entsprechend auf der über C hinaus verlängerten Achse DC den Punkt M_2'. Um eine Strecke möglichst genau übertragen zu können, benutzt man den Stechzirkel, der auf die zu übertragende Strecke eingestellt wird. Nun wird mit dem Bleizirkel um M_2 mit der Zirkelöffnung

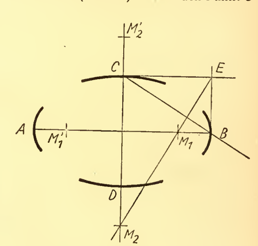


Abb. 54 Konstruktion einer Ellipse

M_2C ein Kreisbogen geschlagen, desgleichen mit gleicher Zirkelöffnung um M_2'. Ebenso werden um M_1 und M_1' Kreisbögen mit der Zirkelöffnung M_1B geschlagen. Diese 4 Kreisbögen stellen Teile der Ellipse dar. Sie gelten jedoch etwa nur so weit, wie sie in Abb. 54 gezeichnet sind. Die Übergangsbögen müssen von Hand ergänzt werden. Will man möglichst genau zeichnen, so benutzt man ein Kurvenlineal, wie es uns Abb. 55 als Beispiel zeigt. Das geeignete Kurvenstück muß man durch Probieren finden. Gegebenenfalls muß es aus einzelnen Bogenteilen zusammengesetzt werden. Nur muß man darauf achten, daß jedes Kurvenstück ohne Knickstellen in die anschließenden Teile übergeht.



Abb. 55 Kurvenlineal

6) Antragen eines gegebenen Winkels an eine gegebene Gerade.

Aufgabe: Gegeben sind eine Gerade G (Abb. 56) und der Winkel α (Abb. 57). Dieser ist an die Gerade G so anzutragen, daß der Punkt P auf der Geraden sein Scheitel wird (Abb. 56).

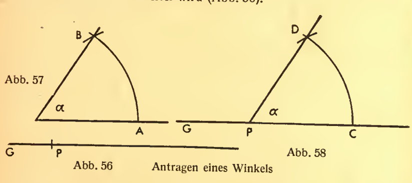


Abb. 56 Antragen eines Winkels

Die gegebene Gerade wird gezeichnet und auf ihr der Punkt P festgelegt (Abb. 58). Um den Scheitel des gegebenen Winkels α wird mit beliebiger Zirkelöffnung ein Kreisbogen geschlagen, der auf den Schenkeln die Punkte A und B ergibt. Mit der gleichen Zirkelöffnung wird ein Kreisbogen um den Punkt P geschlagen, der den Punkt C auf der Geraden G ergibt. Jetzt wird die Strecke AB in den Zirkel genommen und mit dieser Zirkelöffnung um C ein Kreisbogen geschlagen, der den um P geschlagenen in D schneidet. Verbindet man jetzt P mit D, so ist $\sphericalangle DPC$ der gegebene Winkel α.

Diese Konstruktion wird man auch im technischen Zeichnen anwenden, wenn es gilt, einen einmal festgelegten Winkel auf eine Zeichnung zu

übertragen. Das Übertragen mit Hilfe eines Winkelmessers ist meistens nicht genau genug. Eine Ausnahme machen nur die Winkel von 30°, 45° und 60°, die wir mit Hilfe unserer Zeichendreiecke einfacher übertragen können.

Parallele Gerade

In Abb. 59 sind zwei Gerade *g* und *f* gezeichnet, die sich im Punkt *B* schneiden. Sie bilden miteinander einen Winkel α. Wir legen nun auf der Geraden *f* einen Punkt *A* fest und lassen die Gerade *f* sich um diesen Punkt *A* als Drehpunkt drehen. Dabei wandert der Schnittpunkt *B*

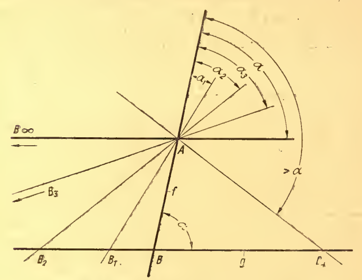


Abb. 59 Parallele und sich schneidende Geraden

weiter nach B_1, B_2 usw. Schon bei B_3 sehen wir, daß der Schnittpunkt der beiden Geraden außerhalb unserer Zeichnung weit links liegt. Dabei wird der Winkel zwischen der ursprünglichen Lage von *f* und ihren anderen Lagen immer größer, wie es die Abb. 59 in den einzelnen Winkeln α_1, α_2, α_3 erkennen läßt. Hat sich die Gerade *f* gegenüber ihrer ursprünglichen Lage um den Winkel α gedreht, so liegt der Schnittpunkt *B* unerreichbar weit. Wenn wir unsere Gerade *f* noch weiter drehen, den Drehwinkel also größer als α werden lassen, so wandert der Schnittpunkt *B* von rechts her wieder heran. In B_4 ist eine solche Lage gezeigt.

Es gibt also nur eine Grenzlage, in der der Schnittpunkt *B* unerreichbar weit ab liegt. Das war die Lage, bei der sich *f* um den Winkel α gedreht hatte. Man sagt, der Schnittpunkt liegt im Unendlichen. Jetzt

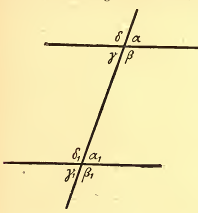
hat f die gleiche Richtung wie g. Zwei Geraden, die gleiche Richtung haben, heißen parallele Geraden. Das genormte Zeichen, das wir an Stelle des Wortes parallel setzen können, sieht so aus: ∥

Wir können also die Erklärung kurz zusammenfassen in dem Satz:

Parallele Geraden sind Geraden, die die gleiche Richtung haben.

Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Gegenwinkel, entgegengesetzte Winkel und Wechselwinkel

Werden zwei parallele Geraden von einer dritten durchschnitten, so entstehen acht Winkel (siehe Abb. 60). Diese Winkel haben nun bestimmte Beziehungen zueinander. Sie werden im einzelnen mit bestimmten Bezeichnungen versehen. $\sphericalangle\, \alpha$ und $\sphericalangle\, \gamma$ heißen Scheitelwinkel. Sie haben einen gemeinsamen Scheitel. Die Schenkel des $\sphericalangle\, \gamma$ sind die geradlinigen Verlängerungen der Schenkel des $\sphericalangle\, \alpha$. Weitere Scheitelwinkel sind $\sphericalangle\, \beta$ und $\sphericalangle\, \delta$, $\sphericalangle\, \alpha_1$ und $\sphericalangle\, \gamma_1$ und $\sphericalangle\, \beta_1$ und $\sphericalangle\, \delta_1$. Für den Begriff Scheitelwinkel ergibt sich daraus folgende Begriffsbestimmung (hierfür finden Sie auch oft noch das Fremdwort Definition):



Winkel an geschnittenen Parallelen
Abb. 60

Verlängert man die Schenkel eines Winkels geradlinig über den Scheitel hinaus, so entstehen Scheitelwinkel.

Die Winkel α und δ haben den einen Schenkel gemeinsam, während ihre zweiten Schenkel zusammen eine Gerade bilden oder, anders ausgedrückt, einen Winkel von 180° einschließen. Sie liegen nebeneinander und heißen Nebenwinkel. Hieraus ergibt sich die Begriffsbestimmung:

Zwei Winkel, die einen Schenkel gemeinsam haben und deren zweite Schenkel eine Gerade bilden, heißen Nebenwinkel.

Weitere Nebenwinkel sind $\sphericalangle\, \alpha$ und $\sphericalangle\, \beta$, $\sphericalangle\, \beta$ und $\sphericalangle\, \gamma$, $\sphericalangle\, \gamma$ und $\sphericalangle\, \delta$, ferner $\sphericalangle\, \alpha_1$ und $\sphericalangle\, \beta_1$, $\sphericalangle\, \beta_1$ und $\sphericalangle\, \gamma_1$, $\sphericalangle\, \gamma_1$ und $\sphericalangle\, \delta_1$, $\sphericalangle\, \alpha_1$ und $\sphericalangle\, \delta_1$.

Diese bisher besprochenen Winkel liegen alle an einem Schnittpunkt. Betrachten wir nun die verschiedenen Winkel an den beiden Schnittpunkten. Die Winkel α und α_1 liegen an den beiden Parallelen auf derselben Seite der schneidenden Geraden, und zwar liegt $\sphericalangle\, \alpha$ außen und

$\sphericalangle \alpha_1$ innen. Solche Winkel nennen wir Gegenwinkel. Weitere Gegenwinkel sind $\sphericalangle \beta$ und $\sphericalangle \beta_1$, $\sphericalangle \delta$ und $\sphericalangle \delta_1$ und $\sphericalangle \gamma$ und $\sphericalangle \gamma_1$. Daraus ergibt sich die Begriffsbestimmung:

Gegenwinkel sind ein äußerer und ein innerer Winkel an derselben Seite der schneidenden Geraden.

Die Winkel α und β_1 liegen ebenfalls an den beiden Parallelen auf derselben Seite der schneidenden Geraden, aber sie liegen beide außen. Die gleiche Lage haben die Winkel δ und γ_1, während bei den beiden Winkelpaaren β und α_1 und γ und δ_1 die beiden Winkel innen liegen. Solche Winkel werden als entgegengesetzte Winkel bezeichnet. Wir können die Begriffsbestimmung hierfür zusammenfassen in dem Satz:

Entgegengesetzte Winkel sind zwei äußere oder zwei innere Winkel an derselben Seite der schneidenden Geraden.

Die Winkel α und γ_1 liegen an den beiden Parallelen, aber auf verschiedenen Seiten der schneidenden Geraden, und zwar beide außen, genau wie die Winkel δ und β_1, während die Winkelpaare β und δ_1 und γ und α_1 dieselbe Lage haben, aber jeweils beide innen liegen. Alle diese Winkel werden als Wechselwinkel bezeichnet. Die Begriffsbestimmung hierfür lautet:

Wechselwinkel sind zwei äußere oder zwei innere Winkel, die an verschiedenen Seiten der schneidenden Geraden liegen.

Damit sind die Winkel nach ihrer Lage zueinander benannt. Sie stehen aber auch bezüglich ihrer Größe in gewissen Beziehungen zueinander.

Um die Winkel daraufhin zu untersuchen, wollen wir wie folgt verfahren. Zeichnen Sie sich die Figur der Abb. 60 genügend groß auf, und fertigen Sie sich mit durchscheinendem Papier (Pauspapier) eine Pause der Zeichnung an! Durch Verschieben der Pause und Auf- bzw. Aneinanderlegen der verschiedenen Winkel stellen Sie folgende Erfahrungstatsachen fest, die wir auch als Lehrsätze bezeichnen:

1) Scheitelwinkel sind einander gleich.

$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \gamma \qquad \sphericalangle \alpha_1 = \sphericalangle \gamma_1$

$\sphericalangle \beta = \sphericalangle \delta \qquad \sphericalangle \beta_1 = \sphericalangle \delta_1$

2) Nebenwinkel ergeben zusammen 180°.

$\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \delta = 180° \qquad \sphericalangle \alpha_1 + \sphericalangle \delta_1 = 180°$

$\sphericalangle \beta + \sphericalangle \gamma = 180° \qquad \sphericalangle \beta_1 + \sphericalangle \gamma_1 = 180°$

$\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \beta = 180° \qquad \sphericalangle \alpha_1 + \sphericalangle \beta_1 = 180°$

$\sphericalangle \delta + \sphericalangle \gamma = 180° \qquad \sphericalangle \delta_1 + \sphericalangle \gamma_1 = 180°$

3) Gegenwinkel sind einander gleich.

$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \alpha_1 \qquad \sphericalangle \delta = \sphericalangle \delta_1$

$\sphericalangle \beta = \sphericalangle \beta_1 \qquad \sphericalangle \gamma = \sphericalangle \gamma_1$

4) Entgegengesetzte Winkel ergeben zusammen 180°.

$\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \beta_1 = 180°$ $\sphericalangle \beta + \sphericalangle \alpha_1 = 180°$
$\sphericalangle \delta + \sphericalangle \gamma_1 = 180°$ $\sphericalangle \gamma + \sphericalangle \delta_1 = 180°$

5) Wechselwinkel sind einander gleich.

$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \gamma_1$ $\sphericalangle \beta = \sphericalangle \delta_1$
$\sphericalangle \delta = \sphericalangle \beta_1$ $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle \alpha_1$

Ein mathematischer Beweis ist mit dem vorher beschriebenen Verfahren noch nicht gegeben. Ein solcher Beweis wird in der Geometrie nach einem bestimmten Schema geführt. Danach gliedert sich der Beweis in drei Abschnitte: 1) Voraussetzung, 2) Behauptung, 3) Beweis. Die Voraussetzung enthält die Begriffsbestimmung des geometrischen Gebildes, an dem die Erfahrungstatsache oder, wie man auch sagt, der Lehrsatz bewiesen werden soll. Die Behauptung enthält den zu beweisenden Lehrsatz, die Erfahrungstatsache. Der Beweis begründet Schritt für Schritt die Richtigkeit der Behauptung. Er baut auf allgemein gültigen Grundsätzen und schon früher bewiesenen Tatsachen auf.

Nun ist es nicht eigentliche Aufgabe der Technik, jeden Lehrsatz mathematisch zu beweisen. Oft wird uns die genaue Betrachtung oder, wie vorher schon angedeutet, eine Untersuchung mit Hilfe von Zeichnungen den Beweis der Richtigkeit eines Lehrsatzes erbringen. Uns genügt im allgemeinen, wenn wir seinen Inhalt kennen, verstehen und richtig anwenden. Trotzdem soll Ihnen ein Beispiel den Aufbau eines solchen Beweises einmal zeigen. Wir werden später solche Beweise nur dann genau durchführen, wenn wir uns anders nicht von der Richtigkeit überzeugen können.

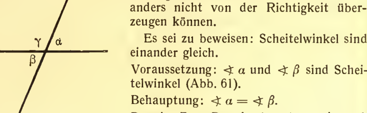


Abb. 61 Scheitelwinkel

Es sei zu beweisen: Scheitelwinkel sind einander gleich.

Voraussetzung: $\sphericalangle \alpha$ und $\sphericalangle \beta$ sind Scheitelwinkel (Abb. 61).

Behauptung: $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta$.

Beweis: Zum Beweise benutzen wir noch den dritten Winkel γ. Es ist:

$$\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \gamma = 180° \text{ (als Nebenwinkel)}$$
$$\underline{\sphericalangle \beta + \sphericalangle \gamma = 180° \text{ (als Nebenwinkel)}}$$

Folglich ist: $\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \gamma = \sphericalangle \beta + \sphericalangle \gamma$ (nach dem Grundsatz: Sind zwei Größen einer dritten gleich, so sind sie untereinander gleich).

Nun ist: $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle \gamma$, folglich ist auch, wenn wir auf beiden Seiten der Gleichung $\sphericalangle \gamma$ abziehen:

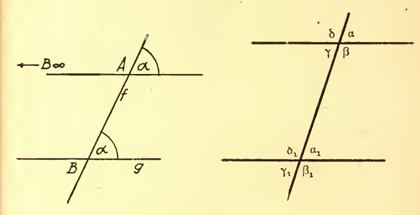
$\underline{\underline{\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta}}$ (nach dem Grundsatz:

Gleiches von Gleichem abgezogen ergibt Gleiches).

Die beiden angeführten Grundsätze sind Tatsachen, die eines mathematischen Beweises nicht bedürfen.

Den Beweis dafür, daß Scheitelwinkel einander gleich sind, haben wir mathematisch durchgeführt. In der Begriffserklärung der Nebenwinkel ist schon die Tatsache enthalten, daß sie zusammen 180° ergeben.

Wenn wir uns nun klarmachen wollen, daß Gegenwinkel einander gleich sind, so müssen wir uns daran erinnern, wie wir den Begriff der Parallelen festlegten. Wir hatten folgendes überlegt (siehe Abb. 62):



Winkel an geschnittenen Parallelen

Abb. 62 Abb. 63

Wir lassen die Gerade *f*, die die Gerade *g* in *B* schneidet, sich um den Punkt *A* drehen. Dabei wandert der Schnittpunkt *B* immer weiter nach links. Hat nun die Gerade *f* sich gegen ihre ursprüngliche Lage genau um den Winkel a gedreht, so liegt der Schnittpunkt *B* im Unendlichen, *f* hat die gleiche Richtung wie *g*, mit anderen Worten: *f* und *g* sind Parallelen. Daraus ergibt sich, daß in Abb. 63 $\sphericalangle\, a = \sphericalangle\, a_1$ ist. Das gleiche läßt sich auch für die übrigen Gegenwinkel an den beiden Parallelen ableiten. Denn man kann jeden dieser Winkel als Drehwinkel ansehen. Man kann auch folgende Schlüsse ziehen: $\sphericalangle\, a = \sphericalangle\, \gamma$ (Scheitelwinkel), ebenso $\sphericalangle\, a_1 = \sphericalangle\, \gamma_1$ (Scheitelwinkel). Da $\sphericalangle\, a = \sphericalangle\, a_1$ ist, muß auch $\sphericalangle\, \gamma = \sphericalangle\, \gamma_1$ sein (Abb. 63).

Entgegengesetzte Winkel betragen zusammen 180°, also ist z. B. $\sphericalangle\, a + \sphericalangle\, \beta_1 = 180°$. Auch das ist sofort einzusehen, wenn wir $\sphericalangle\, \beta$ zu Hilfe nehmen. $\sphericalangle\, \beta_1 = \sphericalangle\, \beta$ (Gegenwinkel). Nun ist $\sphericalangle\, a + \sphericalangle\, \beta = 180°$ (Nebenwinkel), folglich muß auch $\sphericalangle\, a + \sphericalangle\, \beta_1 = 180°$ sein. Das gleiche läßt sich für die übrigen entgegengesetzten Winkel feststellen.

Auch die Gleichheit der Wechselwinkel ist leicht zu beweisen. $\sphericalangle \alpha$ und $\sphericalangle \gamma_1$ sind Wechselwinkel. Wieder ist $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle \gamma_1$ (Gegenwinkel) und $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle \alpha$ (Scheitelwinkel). Folglich ist auch $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \gamma_1$.

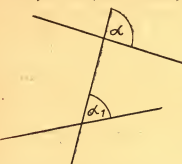


Abb. 64 Geschnittene Geraden

In Abb. 64 sind zwei von einer dritten geschnittene Geraden dargestellt, die nicht parallel sind. Hier sind auch die Gegenwinkel α und α_1 nicht mehr gleich, wie uns die Abb. 64 deutlich zeigt. Wir können hieraus umgekehrt den Schluß ziehen:

Sobald Gegenwinkel an zwei Geraden, die von einer dritten geschnitten werden, einander gleich sind, müssen diese Geraden parallel sein. Die gleiche Tatsache ergibt sich auch sinngemäß für entgegengesetzte Winkel, wenn sie zusammen 180° betragen, und für Wechselwinkel, wenn sie einander gleich sind. Wir können also unsere vorher entwickelten Lehrsätze umkehren und jetzt feststellen:

Zwei Geraden, die von einer dritten geschnitten werden, sind parallel, wenn

1) die entstehenden Gegenwinkel gleich sind

oder 2) die entgegengesetzten Winkel zusammen 180° betragen

oder 3) die Wechselwinkel gleich sind.

Geometrische Konstruktion einer Parallele

Die Lehrsätze von den Winkeln an Parallelen dienen uns dazu, eine geometrische Konstruktionsaufgabe zu lösen. Es soll sich darum handeln, zu einer gegebenen Geraden durch einen gegebenen Punkt außerhalb dieser Geraden eine Parallele zu zeichnen.

Gegeben ist die Gerade g und der Punkt P außerhalb von g (Abb. 65).

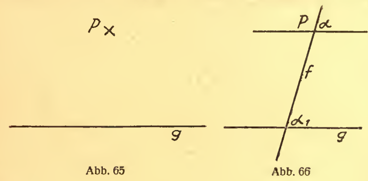


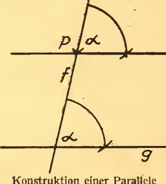
Abb. 65 Abb. 66

Gesucht wird die Parallele zu g durch den Punkt P.

Um die Lösung zu finden, skizziert man sich das fertige Ergebnis auf. Sie sehen diese Skizze in Abb. 66 dargestellt. Aus der Abb. 66 sehen wir, daß die gesuchte Parallele mit einer durch den Punkt P beliebig gelegten Geraden f denselben Winkel α bildet, den f mit g als Winkel α_1 bildet. Beide Winkel sind als Gegenwinkel an Parallelen gleich.

Zur Lösung der Aufgabe hat man also durch P die Hilfsgerade f zu legen (siehe Abb. 67) und den Winkel α, den sie mit g bildet, im Punkte P an f anzutragen. Der zweite Schenkel bildet, über P hinaus noch verlängert, die gesuchte Parallele zu g.

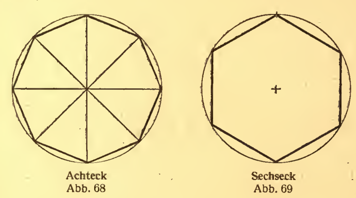
Begründung: Wir haben zwei gleiche Gegenwinkel gezeichnet. Folglich ist der Lehrsatz zur Anwendung gekommen: Zwei Geraden, die von einer dritten geschnitten werden, sind parallel, wenn die entstehenden Gegenwinkel gleich sind.



Konstruktion einer Parallele
Abb. 67

Übung im Zirkelzeichnen

Regelmäßige Vielecke sind Vielecke mit gleich langen Seiten. Sie haben weiter die Eigenschaft, daß sie sich in einen Kreis einfügen lassen, dessen Durchmesser genau so groß ist wie der des Vielecks. Ihre Ecken liegen auf der Kreislinie. In Abb. 68 und 69 sind zwei solche Vielecke dargestellt, die wir als regelmäßiges Achteck und regelmäßiges Sechseck bezeichnen.

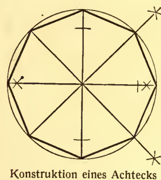


Achteck
Abb. 68

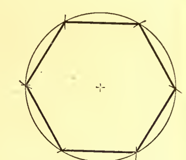
Sechseck
Abb. 69

Beide Figuren kommen z. B. als Profil des Sechskant- bzw. Achtkantstahls vor.

Wir wollen nun ein regelmäßiges Achteck zeichnen. Wir gehen von dem Kreise aus, in den sich das Achteck einfügen läßt. In Abb. 68 sind alle Ecken des Achtecks durch Eckenlinien miteinander verbunden. Von diesen stehen je zwei aufeinander senkrecht, während die beiden anderen mit diesen ersten Winkel von 45° bilden. Diese Tatsache benutzen wir zur Konstruktion. Wir zeichnen den Kreis mit dem gegebenen Durchmesser. In diesen Kreis tragen wir einen Durchmesser ein, dessen Richtung beliebig sein kann. Zu diesem Durchmesser konstruieren wir die Senkrechte, die durch seinen Mittelpunkt geht. Dadurch erhalten wir den zweiten Durchmesser. Jetzt halbieren wir die entstandenen rechten Winkel und zeichnen die beiden anderen Eckenlinien (siehe Abb. 70). Damit sind auf der Kreislinie die 8 Ecken des Achtecks bestimmt, die nur noch zu verbinden sind.



Konstruktion eines Achtecks
Abb. 70



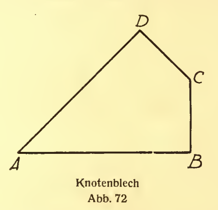
Konstruktion eines Sechsecks
Abb. 71

Im regelmäßigen Sechseck messen wir einmal mit dem Zirkel in Abb. 69 die Seitenlänge des Sechsecks und vergleichen sie mit dem Halbmesser des durch seine Ecken gehenden Kreises. Wir stellen fest, daß die Seite des Sechsecks genau die gleiche Länge hat wie der Halbmesser, oder anders ausgedrückt: die Seite des regelmäßigen Sechsecks ist gleich dem halben Durchmesser des durch seine Ecken gehenden Kreises. Haben wir also mit Hilfe des gegebenen Durchmessers den Kreis gezeichnet, so tragen wir von einem beliebigen Punkt der Kreislinie aus dessen Halbmesser sechsmal auf der Kreislinie ab. Bei genauer Arbeit muß der letzte Zirkelschlag wieder durch unseren Ausgangspunkt gehen. Nun sind nur noch die so gewonnenen 6 Eckpunkte miteinander zu verbinden (siehe Abb. 71).

Bei diesen beiden Figuren ist es besonders wichtig, daß man genau zeichnet.

Übungsaufgaben

13) Abb. 72 zeigt Ihnen die Skizze für ein Knotenblech. Der Entwurf hat folgende Werte für das Knotenblech ergeben: Strecke $AB = 450$ mm, Strecke $BC = 200$ mm, $\sphericalangle BAD = 45°$, $\sphericalangle ABC = 90°$, $\sphericalangle BCD = 135°$. Das Knotenblech soll im Maßstab 1 : 5 aufgetragen werden. Die drei Winkel sollen mit Hilfe geometrischer Konstruktionen ermittelt und aufgetragen werden



Knotenblech
Abb. 72

14) An einem Dampfkessel ist ein Mannloch mit ellipsenförmigem Grundriß anzubringen. Die große Achse soll 400 mm lang, die kleine Achse 300 mm lang werden. Zeichnen Sie die Ellipse nach der auf S. 95 angegebenen Näherungskonstruktion im Maßstab 1 : 5!

Wiederholungsfragen

1) Erklären Sie die Begriffe: Gerade, Strahl, Strecke!
2) Welche Längen- und Flächenmaße brauchen wir in der Technik?
3) Wie werden Winkel gemessen?
4) Geben Sie an, innerhalb welcher Maßgrenzen ein Winkel als stumpfer Winkel bezeichnet wird!
5) Innerhalb welcher Maßgrenzen wird ein Winkel als überstreckter (überstumpfer) Winkel bezeichnet?

Technisches Skizzieren und Zeichnen

Einführung

Um seine Gedanken auszudrücken und zu verdeutlichen, benutzt der Ingenieur außer Sprache und Schrift die Skizze oder die Zeichnung.

Aber ebenso, wie in der Sprache nicht jeder Mensch beliebige, selbstgeschaffene Wörter gebrauchen kann, wenn er allgemein verständlich bleiben will, und wie er nicht Buchstaben eigener Erfindung verwenden kann, wenn seine Schrift allgemein lesbar bleiben soll, so sind wir auch im technischen Skizzieren und Zeichnen an bestimmte Formen gebunden, die in Normblättern festgelegt sind.

In den Ausführungen über Rechnen und Geometrie sind bereits zur Unterstützung der Sprache Skizzen verwendet worden. Das Hauptmerkmal einer Skizze ist, daß sie nicht maßstäblich zu sein braucht. Eine Zeichnung dagegen ist immer nach einem bestimmten, auf der Zeichnung angegebenen Maßstab ausgeführt. Sie werden daher auf unseren Skizzen keinen Maßstab angegeben finden. Sie werden aber feststellen, daß das Verhältnis der einzelnen Größen zueinander das gleiche ist wie in der Wirklichkeit. In der Abb. 10 (S. 75) dieses Buches ist die Länge des Rechtecks mit 10 m und die Breite mit 5 m angegeben. Die Länge ist dort doppelt so groß gewählt wie die Breite. Man erhält dann ein Bild, das der Wirklichkeit ähnlich ist. Das ist notwendig, weil jeder Ingenieur, Techniker und Handwerker in der Lage sein muß, nach Form und Maßen der Skizze sich den Gegenstand genau vorzustellen.

Skizzen werden freihändig ausgeführt. Wenn wir von diesem Grundsatz in unserem Buch abgewichen sind, so ist dies im Interesse der Genauigkeit geschehen. Zu beschriften ist die Skizze möglichst in Normschrift, weil nicht alle Handschriften so deutlich sind, daß sie von allen Fachleuten gelesen werden können. Unter allen Umständen sind die Zahlen in Normschrift sorgfältig zu schreiben, da eine unleserliche Maßzahl Unheil anrichten kann.

Vom Zeichengerät

Das Handwerkszeug zum Skizzieren besteht aus Papier, Bleistiften, Gummi und Maßstab. Denken Sie daran, daß nur mit gutem und gepflegtem Handwerkszeug gute Leistungen erzielt werden. Das Papier wählen Sie nicht zu glatt und nicht zu rauh, ohne Linien, unkariert. An Bleistiften benutzen Sie Nr. 3 oder F zum Skizzieren und Nr. 2 oder HB zum Nachziehen. Sie brauchen also immer zwei Stück. Die Bleistifte sollen gut gespitzt, aber an der Kuppe etwas abgerundet sein. Der Gummi muß dem Härtegrad der Bleistifte angepaßt sein; weicher Bleistift und harter Gummi schmieren. Der Maßstab dient zum Festlegen

der Hauptabmessungen, nicht als Lineal. Beim Skizzieren darf man nicht aufdrücken, denn Eindrücke in das Papier lassen sich nicht mehr durch Radieren entfernen.

Wenn Sie etwa schon Skizzenversuche machten, werden Sie gemerkt haben, daß es gar nicht so leicht ist, eine Skizze in Blei sauber herzustellen, bei der alle Striche gleichmäßig aussehen. Gewöhnen Sie sich daran, Bleistiftstriche beim endgültigen Festlegen der Skizze nur einmal zu ziehen. Jedes Hin- und Herfahren muß vermieden werden. Dazu gehört natürlich nicht das leichte Vorziehen der Striche zur Festlegung eines Entwurfs, denn dabei sind oft noch Änderungen nötig, die sich bei leichten Strichen ohne weiteres mit dem Gummi vornehmen lassen. Damit der Bleistift bei längeren Strichen nicht infolge der einseitigen Abnutzung immer breitere Striche gibt, dreht man ihn zwischen den Fingern. Dadurch nutzt sich die Spitze rundherum gleichmäßig ab, der Strich bleibt gleich stark.

Mit Bleistift, Gummi und Maßstab kann man freihändig alles skizzieren. Wir brauchen aber zum technischen Zeichnen noch mehr Hilfsmittel. Schon wenn wir einen Kreis zeichnen sollen, werden wir ohne ein Zeichengerät nur unvollkommene Bilder erhalten; denn das freihändige Zeichnen eines Kreises ist eine Aufgabe, deren Lösung nur wenigen glückt. Dazu hilft uns der Zirkel. Mit dem Zirkel beschaffen wir uns zweckmäßig gleich ein ganzes Reißzeug. Ein gutes Reißzeug enthält an wesentlichen Teilen: eine breite Ziehfeder (sog. Schwedenfeder), ein oder zwei kleine Ziehfedern, einen Blei- und einen Stechzirkel. Der Bleizirkel hat einen auswechselbaren Einsatz für Blei und für Ausziehtusche. Wenn Sie sich ein Reißzeug anschaffen, so lassen Sie sich ein gutes, wirklich brauchbares vorlegen und kaufen Sie kein billiges, das „auch genügt". Ein Reißzeug schafft man sich einmal an und benutzt es dann für seine ganze Zukunft. Zur Anfertigung von technischen Zeichnungen braucht man außerdem ein Reißbrett. Zunächst genügt ein solches für die Zeichenblattgröße DIN A 2 (450 × 625 mm) unbeschnitten. DIN heißt: „Das Ist Norm." Ferner benötigt man hierzu eine passende Reißschiene, ein 30°-Dreieck (Abb. 73) und ein 45°-Dreieck (Abb. 74).

Beim Zeichnen auf dem Reißbrett merken Sie sich: Die Reißschiene wird mit dem kurzen Querstück stets an die linke Kante des Reißbrettes angelegt und dient so zum Zeichnen aller waagerechten Linien. Alle Senkrechten zeichnen wir auf dem Reißbrett, indem wir das 30°- oder 45°-Dreieck an die Schiene anlegen. Genau arbeiten kann man mit dem Reißbrett nur, wenn die linke Kante, die als Führungskante dient, genau gerade ist.

30° Dreieck

Abb. 73

45° Dreieck

Abb. 74

Wie Sie die Zeichendreiecke und die Reißschiene zum Zeichnen von Winkeln benutzen können, zeigt Ihnen Abb. 75.

Wir können mit Hilfe der beiden Zeichendreiecke Winkel von 30°, 60°, 45° und 90° ohne weiteres zeichnen.

Sollen wir auf einer Zeichnung zu einer gezeichneten Geraden *AB* (siehe Abb. 76) eine parallele, d. h. gleichgerichtete Gerade *A'B'* zeichnen, so verfahren wir folgendermaßen: Wir legen an die Gerade *AB* ein

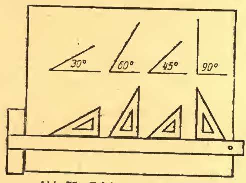
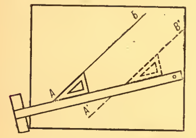


Abb. 75 Zeichnen von Winkeln

Zeichendreieck so an, daß eine Kante sich mit *AB* deckt. Dann legen wir unsere Reißschiene als Führung an das Zeichendreieck so an, daß wir das Dreieck an der Reißschiene entlang so verschieben können, bis dieselbe Kante, die an *AB* anlag, uns jetzt die Richtung von *A'B'* angibt. In Abb. 77 sehen Sie, wie an Stelle der Reißschiene das zweite Zeichendreieck zur Führung benutzt werden kann, wenn der Abstand der beiden Geraden nicht zu groß ist.



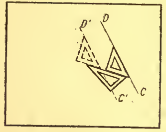


Abb. 76 Zeichnen von Parallelen Abb. 77

Wenn auch in der Praxis heute die meisten Zeichnungen nur in Blei ausgeführt werden, da Vervielfältigungen durch Lichtpausen sich von guten Bleizeichnungen sehr gut herstellen lassen, so muß der Ingenieur doch hin und wieder seinen Zeichnungen eine größere Beständigkeit

dadurch geben, daß er sie mit Tusche auszieht. Nach den ersten Versuchen, die vielleicht nicht gleich glücken wollen, werden Sie bald merken, daß es leichter ist, eine saubere Tuschzeichnung anzufertigen, als eine solche in Blei zu liefern. Zum Ausziehen mit Ausziehtusche benutzen wir die Ziehfeder unseres Reißzeuges. Achten Sie darauf, daß die Tusche nur zwischen die Zungen der Ziehfeder gebracht wird. Außen darf keine Tusche anhaften, sonst gibt es Tuschflecke. Die Ziehfeder hat den Vorteil, daß sie, auf eine bestimmte Strichstärke eingestellt, gleichmäßig starke Linien zeichnet, vorausgesetzt, daß wir sie richtig behandeln. Sie muß senkrecht zur Zeichenfläche stehen, die Öffnung der beiden Zungen muß genau in der Strichrichtung geführt werden. Die Ziehfeder darf nicht zuviel Tusche aufnehmen, sonst läuft die Tusche leicht aus. Anderseits soll die Füllung mindestens für eine Strichlänge ausreichen, da das Ansetzen leicht ungleiche Striche ergibt. Für große Strichstärken und -längen benutzt man daher die sogenannte Schwedenfeder, die mehr Tusche faßt. Versagt die Ziehfeder, so versucht man auf einem besonderen Blatt Papier, sie durch Ziehen kurzer Striche wieder zur Abgabe von Tusche zu bringen. Nötigenfalls muß die Feder geleert und gereinigt werden. Dies soll mit einem feuchten Lappen geschehen, niemals durch Kratzen mit dem Messer.

Perspektivische Darstellung

Prismatische Körper

Das technische Skizzieren verwendet zwei verschiedene Darstellungsarten, um technische Gegenstände klar und eindeutig darzustellen. Die eine Form haben Sie sicher schon selbst angewendet. Machen wir die Probe! Zeichnen Sie ein Flacheisenstück auf ein Blatt Papier! Ich bin gewiß, daß Sie eine der folgenden Skizzen schon gezeichnet haben (Abb. 78).

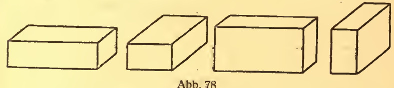


Abb. 78
Flacheisen in perspektivischer Darstellung

Das Flacheisenstück hat die Grundform eines Prismas. Ein Prisma allgemeiner Form verwenden wir in unseren weiteren Skizzen. Für einfache Gegenstände ist diese Darstellung des Körpers sogar gut geeignet, Maßeintragungen aufzunehmen (Abb. 79).

Bereits zu Beginn unserer Betrachtung haben Sie erfahren, daß eine Skizze mit Maßen die Grundlage für die Herstellung des Gegenstandes

ist. Schwierigere Bauteile erfordern für diese Darstellung als Körper schon große Zeichenfertigkeit, das Eintragen der Maße aber kann dabei undurchführbar werden. Deshalb ist eine weitere Darstellungsform entwickelt worden, die überwiegend in der Technik benutzt wird. Mit dieser

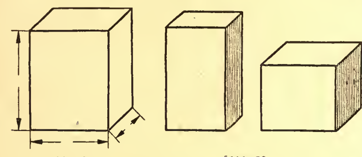


Abb. 79 Abb. 80
Perspektivische Darstellung von Körpern

„technischen Darstellungsform" wollen wir uns später beschäftigen. Jetzt sollen Sie noch einige Angaben erhalten für die Anlage der körperlichen oder perspektivischen Skizze. Die körperliche Skizze muß in vielen Fällen das Werkstück ersetzen, das wir zeichnen wollen. Merken Sie sich vor allem: Senkrechte Kanten bleiben senkrecht. Alle nach hinten verlaufenden Kanten müssen um die Hälfte verkürzt gezeichnet werden, weil uns sonst der gezeichnete Körper verzerrt erscheinen würde. Wenn Sie die körperliche Wirkung steigern wollen, so können Sie die rechte Seitenfläche schraffen. Sie müssen sich dazu denken, daß das Licht von links her einfällt (Abb. 80).

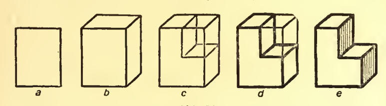


Abb. 81
Entwicklung der perspektivischen Darstellung

Wie gehen Sie nun vor, um einen Körper zu zeichnen? Überlegen Sie sich zuerst stets seine Grundform, aus der der Gegenstand, den Sie zeichnen wollen, entstanden sein könnte. Diese Grundform zeichnen Sie mit leichten Strichen, die ruhig über die endgültige Form hinausgehen dürfen.

Sind Abänderungen von der Grundform nötig, so tragen Sie diese ebenfalls mit leichten Strichen ein. Nun halten Sie sich das Zeichenblatt

ein Stück ab und überprüfen Sie diesen Entwurf! Erkennen Sie die fehlerfreie Ausführung, dann zeichnen Sie freihändig mit kräftigen Strichen die gültigen Kanten durch! Die überstehenden dünnen Kanten können Sie wegradieren, aber bei einer schnellen Skizze können diese auch stehenbleiben. Verfolgen Sie an zwei Beispielen die Entstehung einer perspektivischen Skizze (Abb. 81 und 82)!

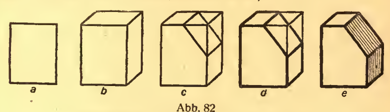


Abb. 82
Entwicklung der perspektivischen Darstellung

Verstehen Sie diese Darstellungen recht! Die Folgen a bis e sind hier zur Veranschaulichung auseinandergezogen. Sie werden aber die einzelnen Arbeitsstufen in eine Zeichnung hineintragen. So sind die folgenden Skizzen der Abb. 83 gezeichnet.

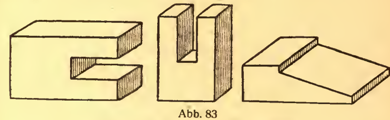


Abb. 83
Körper in perspektivischer Darstellung

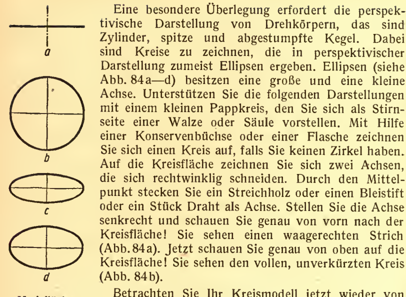
Wenn Sie recht bald zu einer Zeichenfertigkeit kommen wollen, dann legen Sie alle Skizzen freihändig, also ohne Benutzung eines Lineals, an und — lassen Sie Ihr Zeichenblatt immer liegen, drehen Sie es nicht in die einzelnen Strichrichtungen!

Übungsaufgaben

Versuchen Sie folgende Körper zu entwerfen, bei denen Ihnen die Maße freigestellt sind:

1) Quadratische Säule.
2) Rechtecksäule mit Vierkantloch senkrecht in der Mitte zur größten Fläche.
3) Rechtecksäule, in der oberen Hälfte links und rechts je ein Drittel ausgeschnitten, der verbleibende Mittelzapfen steht senkrecht zur größten Fläche.

Drehkörper

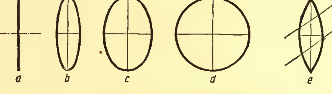


Kreisfläche in verschiedenen Ansichten
Abb. 84a—d

Eine besondere Überlegung erfordert die perspektivische Darstellung von Drehkörpern, das sind Zylinder, spitze und abgestumpfte Kegel. Dabei sind Kreise zu zeichnen, die in perspektivischer Darstellung zumeist Ellipsen ergeben. Ellipsen (siehe Abb. 84a—d) besitzen eine große und eine kleine Achse. Unterstützen Sie die folgenden Darstellungen mit einem kleinen Pappkreis, den Sie sich als Stirnseite einer Walze oder Säule vorstellen. Mit Hilfe einer Konservenbüchse oder einer Flasche zeichnen Sie sich einen Kreis auf, falls Sie keinen Zirkel haben. Auf die Kreisfläche zeichnen Sie sich zwei Achsen, die sich rechtwinklig schneiden. Durch den Mittelpunkt stecken Sie ein Streichholz oder einen Bleistift oder ein Stück Draht als Achse. Stellen Sie die Achse senkrecht und schauen Sie genau von vorn nach der Kreisfläche! Sie sehen einen waagerechten Strich (Abb. 84a). Jetzt schauen Sie genau von oben auf die Kreisfläche! Sie sehen den vollen, unverkürzten Kreis (Abb. 84b).

Betrachten Sie Ihr Kreismodell jetzt wieder von vorn, und neigen Sie die Achse mehr und mehr auf sich zu! Jetzt erscheint Ihnen Ihr Kreismodell wie eine schmale, aber breite Ellipse (Abb. 84c und d), je nachdem ob Sie es mehr oder weniger auf sich zudrehen.

Sinngemäß erhalten Sie den Übergang vom einfachen Strich über die Ellipse zum Kreis auch für die senkrechte Stellung des Kreises (Abb. 85 a—d).

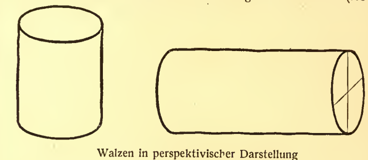


Kreisfläche in verschiedenen Ansichten
Abb. 85

Merken Sie sich besonders: Die Ellipse hat keine Spitzen! (Abb. 85e.)
Abb. 86 und 87 zeigen Ihnen eine stehende und eine liegende Walze.

Nun versuchen Sie selbst die perspektivische Darstellung dieser Drehkörper!

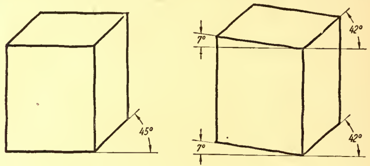
Unsere perspektivischen Skizzen haben wir bisher so dargestellt, daß die vorderen Kanten waagerecht gezeichnet wurden. Die nach hinten verlaufenden Kanten zeichnen wir freihändig etwa unter 45° (Abb. 88).



Walzen in perspektivischer Darstellung
Abb. 86 Abb. 87

Eine andere Art der Darstellung zeigt Ihnen Abb. 89.

Bei dieser Darstellung werden die vorderen Körperkanten mit einem Winkel von 7° zur Waagerechten gezeichnet, die nach hinten verlaufenden mit einem Winkel von 42°. Genau genommen erscheinen hierbei die vorderen Kanten schon etwas verkürzt. Diese Verkürzung ist aber so



Verschiedene Arten perspektivischer Darstellung
Abb. 88 Abb. 89

unbedeutend, daß sie beim Skizzieren unberücksichtigt bleibt. Die nach hinten verlaufenden Kanten werden um die Hälfte verkürzt. Alle senkrechten Kanten bleiben senkrecht und unverkürzt. Die beiden Darstellungsarten sind durch die deutschen Normen festgelegt. Wir werden im allgemeinen mit der einfachen Darstellung mit waagerechten Vorderkanten und 45° Neigung auskommen. Bei der zweiten Art kann

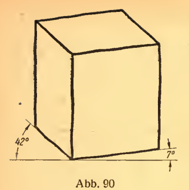


Abb. 90

man natürlich auch die Stellung des Körpers nach der anderen Seite zu wenden, wie Abb. 90 Ihnen zeigt. In Abb. 91 ist Ihnen für die Darstellungsart ein Hilfsgerät gezeigt, das Sie sich genau nach der Abbildung aus Pappe oder dünnem Holz selbst herstellen und das Sie dann wie ein Zeichendreieck benutzen können. Benutzen Sie es aber nur zum Antragen der Winkel, und zeichnen Sie selbst freihändig! Bei einiger Übung werden Sie die Winkel auch nach Augenmaß treffen.

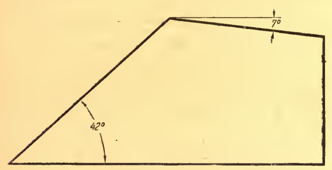


Abb. 91 Hilfsgerät für perspektivische Darstellungen

Übungsaufgaben

Versuchen Sie folgende Körper zu entwerfen:

4) Rechtecksäule, in der oberen Hälfte halb ausgeschnitten. Darstellung unter 7° und 42°.
5) Stehende Säule, in der Mitte der Länge nach durchschnitten, die Schnittfläche vornstehend.
6) Stehende Säule, in der oberen Hälfte halb ausgeschnitten, wobei die senkrechte Schnittfläche nach rechts seitwärts stehen soll.

Aufriß, Seitenriß und Grundriß

Die perspektivische Darstellung eines Körpers haben Sie nun kennengelernt. Dabei hatten Sie den Körper in vereinfachter Darstellung genau senkrecht vor sich hingestellt. Von dieser Aufstellung wollen wir heute ausgehen und die zweite Darstellungsart kennenlernen, die in der Technik überwiegend verwendet wird. Wir zeichnen noch einmal die einzelnen Zeichenfolgen für die Darstellung eines Prismas.

Abb. 92c zeigt Ihnen das Prisma unter Eintragung einer Schattenschraffung. In Abb. 92a ist die Ausgangsdarstellung aufgezeichnet. Sie erkennen, daß diese Ausgangsdarstellung ein vollständiges Bild des Körpers sein kann, wenn Sie sich vor der Mitte des Körpers stehend denken mit der Blickrichtung genau senkrecht auf den Körper, den Sie sich auf einem Tisch stehend vorstellen müssen. Unsere Darstellung des Körpers nach Abb. 92a heißt Vorderansicht oder Aufriß.

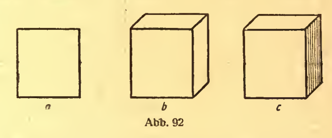


Abb. 92

Würden wir jetzt das Prisma der Abb. 90 mit Hilfe des gezeichneten Aufrisses anfertigen können? Nein. Wir wissen nicht, wie tief der Körper werden soll. Wenn wir aber den Körper von der Seite ansehen, so können wir seine Tiefe wahrnehmen. Sie bewegen sich von Ihrem bisherigen Beobachtungsplatz, von dem aus Sie den Aufriß gezeichnet haben, weg und stellen sich so auf, daß Sie den Körper nunmehr von links aus senk-

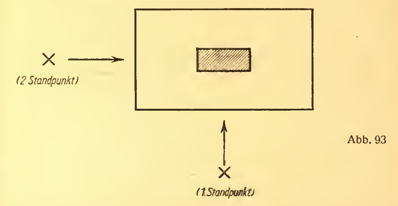


Abb. 93

recht betrachten (Abb. 93). Dabei lassen Sie den Körper aber ruhig auf dem Tische stehen. Die Abb. 93 soll jeden Irrtum ausschließen. Tisch und Körper sind von oben gesehen. Beide erscheinen als Rechteck. Von Ihrem zweiten Standpunkt aus sehen Sie die linke Schmalseite des Körpers ebenfalls als Rechteck. Wir erkennen daran in der oberen und unteren Parallele die Tiefe des Körpers (Abb. 94).

Da wir den Körper von der Seite sehen, heißt diese Darstellung Seitenansicht oder Seitenriß. Stellen wir jetzt einmal beide Risse nebeneinander! Da ergeben sich zwei Möglichkeiten. Sie könnten den Seitenriß links oder auch rechts neben den Aufriß stellen (Abb. 95a und 95b). Hier ist eine Einigung nötig. Die Entscheidung hat der

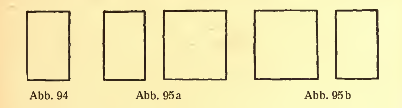


Abb. 94 Abb. 95a Abb. 95b

Deutsche Normenausschuß getroffen. Wir stellen Aufriß und Seitenriß nach der in Abb. 95b gezeigten Weise nebeneinander und merken uns:

Der Seitenriß, den wir von links her sehen, steht immer rechts vom Aufriß. Sind wir jetzt imstande, nach Aufriß und Seitenriß den Körper anzufertigen? Wir können Höhe, Breite und Tiefe eintragen. Weitere Maße sind aber nicht erforderlich. Wir erkennen, daß es uns gelungen ist, unseren Körper durch zwei Risse so aufzuzeichnen,

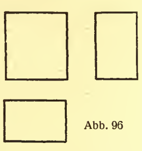


Abb. 96

Anordnung der Ansichten

daß er danach angefertigt werden kann. Für viele Körper ist die Darstellung in zwei Rissen völlig ausreichend. Es ist möglich, viele einfache Körper nach einer Zeichnung in zwei Rissen, in die auch die Maße eingetragen sind, anzufertigen.

Wir haben Aufriß und Seitenriß und ihre gegenseitige Stellung zueinander kennengelernt. Wir prägen uns ein: Der Seitenriß muß genau neben den Aufriß gezeichnet werden. Sehr häufig ist es aber notwendig. um sich ein richtiges Bild von der Form des Körpers und seinen Abmessungen machen zu können, den Körper auch von oben zu betrachten,

Wir beugen uns über unser immer noch unverändert auf dem Tisch stehendes Prisma und sehen es uns senkrecht von oben an. Wir sehen dann ein Rechteck wie in Abb. 93 dargestellt. Da wir von oben nach unten auf den Körper blicken und nach dem Grund sehen, nennen wir diesen Riß Draufsicht oder Grundriß. Die Anordnung des Grundrisses bereitet uns keine Schwierigkeiten, wir setzen ihn genau unter den Aufriß (Abb. 96).

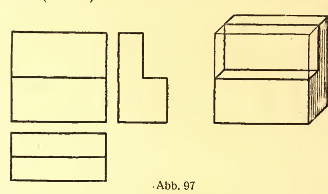


Abb. 97

Merke: Der Grundriß wird immer senkrecht unter den Aufriß gezeichnet.

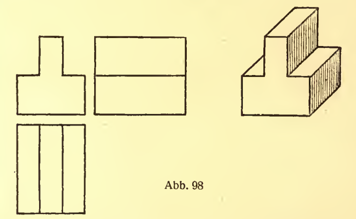


Abb. 98

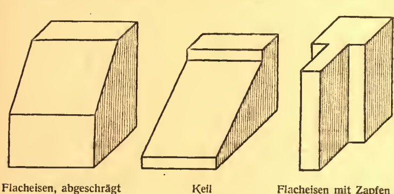
Es ist wichtig, daß Sie sich diese Verteilung der Risse fest einprägen. Sie ist durch die Normen festgelegt. Ist es in Ausnahmefällen einmal notwendig, von dieser Anordnung abzuweichen, so ist dies durch eine Bemerkung auf der Zeichnung klar anzugeben (z. B. „Ansicht von A" oder „Schnitt A—B").

Wenn irgend möglich, muß aber die durch die Normen vorgeschriebene Anordnung der Risse angewendet werden; denn hierbei vereinfacht sich, wie Sie sehr bald merken werden, die ganze Zeichenarbeit. Wie wir bereits oben erkannten, wird es nicht immer nötig sein, von einfachen Körpern alle drei Risse zu zeichnen. Wir sehen, daß Aufriß und Seitenriß allein genügen können, Form und Abmessungen des Prismas genau festzulegen. Ebenso ist auch häufig Aufriß und Grundriß allein ausreichend, um danach einen Körper herstellen zu können. Trotzdem wollen wir zur Übung der neuen Darstellungsweise zunächst alle drei Risse benutzen. Abb. 97 und 98 zeigen zwei verschiedene Körper mit Aufriß, Seitenriß und Grundriß. In Abb. 98 ist der Körper von seiner Schmalseite aus betrachtet.

Zum Schluß seien noch einige allgemeine Hinweise gegeben für die Darstellung eines Körpers in drei Rissen. Die Risse dürfen nicht zu eng aneinander gezeichnet werden, aber auch ein zu großer Zwischenraum ist zu vermeiden. Der Zwischenraum wird so bemessen, daß die erforderlichen Maße gut zwischen die Risse eingeschrieben werden können. Leicht wird übersehen, daß immer zwei Risse miteinander in einem Maße übereinstimmen. Aufriß und Seitenriß müssen gleich hoch sein, Aufriß und Grundriß besitzen gleiche Breite. Diese beiden Übereinstimmungen werden leicht erkannt. Prüfen Sie aber vor allem, ob Sie auch das dem Grundriß und dem Seitenriß gemeinsame Tiefenmaß einhalten! Es ist nicht ausgeschlossen, daß Sie anfangs einen Fehler feststellen, indem der Grundriß und der Seitenriß Ihrer Darstellung verschiedene Tiefen aufweisen.

Übungsaufgabe

7) Versuchen Sie, die folgenden Körper in ihren drei Rissen darzustellen!



Flacheisen, abgeschrägt — Keil — Flacheisen mit Zapfen

Abb. 99

Darstellung unsichtbarer Kanten

Im vorigen Abschnitt haben Sie die Darstellung eines Körpers in Aufriß, Grundriß und Seitenriß kennengelernt. Wir wollen nun das Denken in diesen drei Rissen an einigen Beispielen noch einmal üben.

Abb. 100 zeigt uns einen Schlitten. Diesen wollen wir in den drei Rissen darstellen. Wir denken uns den Schlitten unverrückbar auf einem Tische stehend. Wir betrachten ihn genau senkrecht von vorn und sehen ihn daher, wie in Abb. 101 a dargestellt. Aus dieser Skizze gehen Höhe und Breite des Körpers hervor. Wir können aber aus diesem Riß noch nicht die Länge des Schlittens erkennen. Um die Länge des Schlittens darstellen zu können, zeichnen wir den Grundriß, indem wir auf den Schlitten senkrecht von oben schauen (Abb. 101 b).

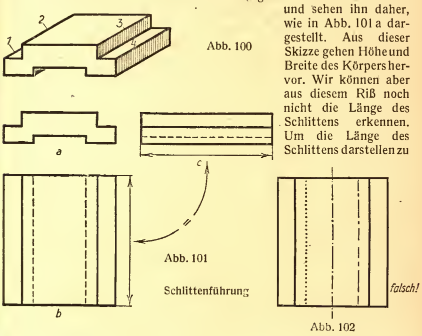


Abb. 100

Abb. 101 Schlittenführung

Abb. 102

In der Längsrichtung des Schlittens sehen wir von oben vier Kanten (1, 2, 3, 4). Die Nute unten am Schlitten können wir dagegen nicht sehen. Um die Nute im Grundriß darstellen zu können, denken wir uns für einen Augenblick den Schlitten aus durchsichtigem Stoff und erkennen alsdann die Kanten. Da sie in Wirklichkeit unsichtbar sind, zeichnen wir sie abweichend von den sichtbaren Kanten durch gestrichelte Linien. Diese werden durch gleichmäßig lange Striche wiedergegeben (siehe Abb. 101 b). Punktierte Linien und zu lange Striche entsprechen nicht den Normen, also Darstellungen wie in Abb. 102 sind falsch.

Aus dem Aufriß und dem Grundriß ist nunmehr der Schlitten eindeutig zu erkennen. Ein weiterer Riß ist daher nicht erforderlich.

Wir wollen aber zur Übung auch noch den Seitenriß skizzieren. Wir betrachten also den Körper von links seitwärts und sehen und zeichnen ihn wie in Abb. 101c dargestellt. Die Nute können wir wieder nicht sehen, wir müssen sie also wieder gestrichelt darstellen. Auf eins müssen Sie immer wieder achten, was so leicht falsch gemacht wird: Die waagerechten Linien des Seitenrisses müssen genau so lang gezeichnet werden wie die senkrechten des Grundrisses. Denn beide Male handelt es sich um dieselbe Ausdehnung, in diesem Falle um die Länge des Schlittens. Machen Sie beim Anfertigen der Skizze in Gedanken immer den in Abb. 101 gezeichneten Pfeil, der auf die gleichen Ausdehnungen im Grundriß und im Seitenriß hinweist.

Abb. 103 Paßstück Abb. 104

Ein grundsätzlicher Fehler ist es, in den Rissen nur „Kanten" des Körpers zu sehen. Jeder Riß stellt den ganzen Körper dar. Wenn wir uns also aus den Rissen den Körper vorstellen — d. h. technisch gesprochen „die Zeichnung lesen" —, müssen wir uns unter jedem Riß den ganzen Körper räumlich vorstellen.

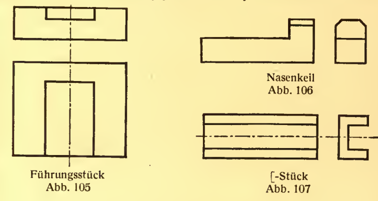
Zur weiteren Übung wollen wir den folgenden Körper nach Abb. 103 darstellen. Wir betrachten den Körper wieder von vorn und sehen ihn als Aufriß in der Darstellung der Abb. 104a. Jetzt sehen wir von oben senkrecht auf den Körper. Die Kante 4 ist nicht zu sehen; sie muß also gestrichelt werden.

In dem gezeichneten Grundriß fällt uns auf, daß die schräge Kante 3 viel kürzer gezeichnet ist als im Aufriß. Die Kante 1 muß im Grundriß genau senkrecht unter der Stelle liegen, an der sie auch im Aufriß dargestellt ist. Merke: Jede Fläche, auf die man nicht senkrecht, sondern schräg schaut, erscheint verkürzt.

Betrachten wir den Körper in Abb. 103 nun noch von links seitwärts und skizzieren die Seitenansicht (Abb. 104c)! Die Kante 4 ist wieder unsichtbar; sie muß also gestrichelt gezeichnet werden. Auf die Kante 3 sehen wir, da unsere Blickrichtung waagerecht ist, wieder schräg; sie erscheint uns also wieder verkürzt. Die Kante 2 muß im Seitenriß in gleicher Höhe liegen wie im Aufriß. Achten Sie beim Skizzieren des Seitenrisses wieder darauf, daß die waagerechten Kanten im Seitenriß genau so lang sein müssen wie die senkrechten Kanten im Grundriß!

Übungsaufgabe

8) Skizzieren Sie zu den beiden gegebenen Rissen jeweils die dritte Ansicht!



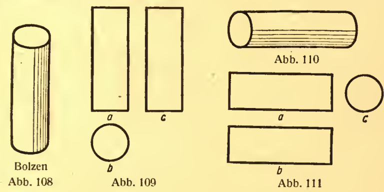
Führungsstück
Abb. 105

Nasenkeil
Abb. 106

[-Stück
Abb. 107

Darstellung runder Körper

Die meisten Maschinenteile, mit denen wir zu tun haben, sind rund: Achsen, Wellen, Räder, Riemenscheiben, Bolzen, Niete, Schrauben, Zylinder, Rohre, Buchsen usw. Greifen wir aus der Vielzahl dieser Beispiele einen ganz einfachen Bolzen — Abb. 108 — heraus, um uns an



Bolzen
Abb. 108

Abb. 109

Abb. 110

Abb. 111

ihm die zeichnerische Darstellung runder Körper klarzumachen. Wir denken uns den Bolzen auf dem Tisch stehend und betrachten den Bolzen von vorn, von oben und links von der Seite. (Zur Unterstützung der Anschauung können Sie eine Konservenbüchse vor sich hinstellen.) Schauen Sie zunächst senkrecht von vorn gegen den Bolzen. Sein Umriß erscheint Ihnen in dieser Blickrichtung als ein Rechteck, dessen Breite gleich dem Durchmesser des Bolzens ist (Abb. 109a). Daß der Bolzen rund ist, geht aus dieser Ansicht nicht hervor. Wenn Sie nun den Bolzen senkrecht von oben ansehen, so erscheint er Ihnen als Kreisfläche (Abb. 109b). Nun betrachten Sie den Bolzen noch von links seitwärts. Sie sehen wieder ein Rechteck (Abb. 109c), das die gleichen Abmessungen hat wie der Aufriß.

Nun wollen wir den Bolzen noch waagerecht auf dem Tische liegend darstellen (Abb. 110). Wir sehen die drei Ansichten, wie in Abb. 111 gezeichnet.

Vergleichen Sie die Abb. 109 und 111, so fällt Ihnen auf, daß bei beiden Anordnungen je zwei Ansichten vollkommen gleich erscheinen: in Abb. 109 Aufriß und Seitenriß, in Abb. 111 Aufriß und Grundriß.

Wenn wir in Abb. 111 den Seitenriß fortlassen, so können wir uns aus dem Aufriß und Grundriß allein ein vollständiges Bild des Körpers machen; aus dem Aufriß erkennen wir die Länge und Stärke des Bolzens; der Grundriß sagt uns, daß der Bolzen rund ist. Wir benötigen also zum eindeutigen Erkennen des Körpers den Seitenriß nicht und können ihn daher fortlassen. Ebenso genügen bei der waagerechten Anordnung in Abb. 111 Aufriß und Seitenriß.

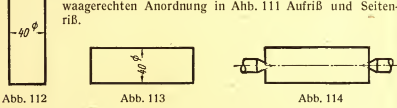


Abb. 112 Abb. 113 Abb. 114

Wenn wir aus dem Aufriß entnehmen könnten, daß der Körper rund ist, würde uns zum eindeutigen Erkennen des Körpers der Aufriß allein genügen. Um anzugeben, daß der Körper rund ist, versieht man die Skizze (Abb. 112) mit dem Durchmesserzeichen (⌀). Dieses Durchmesserzeichen setzt man bei der Bemaßung hinter die Zahl, die die Stärke, d. h. den Durchmesser des Bolzens angibt. Das Durchmesserzeichen wird etwas erhöht gesetzt, damit es nicht mit einer Zahl verwechselt werden kann. Nun können wir aus dem Aufriß (Abb. 112) allein den Körper eindeutig erkennen: wir sehen, wie lang er ist, wie stark er ist und daß er rund ist.

In waagerechter Lage zeigt uns Abb. 113 die eindeutige Darstellung des Bolzens.

Auf die Bemaßung im allgemeinen kommen wir später zurück.

Sie wissen, der Bolzen erhält seine Form auf der Drehbank, indem er zwischen die beiden Körnerspitzen gespannt wird (Abb. 114). Denken Sie sich die beiden Körnerspitzen durch eine Linie miteinander verbunden, so haben Sie die Drehachse des Bolzens. Diese Drehachse muß genau in der Mitte des Bolzens liegen, denn sonst schlägt er beim Drehen. Im Betrieb stellen wir uns die genaue Mitte des Werkstückes durch Zentrieren her. Daß wir bei ungenauem Zentrieren keine einwandfreie Arbeit erhalten, wissen Sie aus Erfahrung. Ebenso wissen Sie vom Bohren, wie wichtig es ist, den Mittelpunkt der Bohrung genau festzulegen. Sie sehen, die Festlegung der Mitte ist bei runden Körpern die erste Arbeit und die Vorbedingung für den Erfolg der Arbeit. Die Mitte eines runden Körpers muß daher auch auf der Zeichnung genau festgelegt werden; dies geschieht durch Zeichnen einer Mittellinie. Wir werden später noch sehen, daß sich auch die Bemaßung auf der Mittellinie aufbaut. Die Mittellinie darf also in einer Zeichnung eines runden Körpers niemals fehlen, auch nicht bei flüchtigen Skizzen. Im Gegenteil, man zeichnet sie immer zuerst. Dadurch hat man für seine Skizze gewissermaßen ein Rückgrat, um das herum der Körper dann leicht gezeichnet werden kann. In einem Kreise werden immer zwei Mittellinien gezeichnet, die aufeinander senkrecht stehen. Dadurch liegt der Mittelpunkt des Kreises genau fest.

Die Mittellinien sind nur gedachte Linien, keine Kanten. Sie werden als dünne, strichpunktierte Linien gezeichnet.

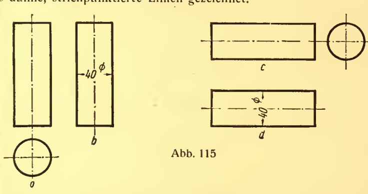


Abb. 115

Abb. 115 zeigt uns die verschiedenen Arten, wie wir den Bolzen normgerecht darstellen können.

Im Maschinenbau finden wir sehr viele runde Körper, die sich in der Längsrichtung verjüngen (Abb. 116). Solche Körper nennt man Kegel (früher nannte man sie Konus).

Da es sich um einen runden Körper handelt, zeichnen wir wieder zuerst die Mittellinie. Betrachten wir den Kegel von vorn, so erscheint er uns als Trapez, dessen obere Seite gleich dem Durchmesser der Deck-

fläche und dessen untere Seite gleich dem Durchmesser der Grundfläche ist (Abb. 117a). Wenn wir von oben auf den Kegel schauen, so sehen wir die Deckfläche als Kreisfläche, während sich die Mantelfläche allmählich bis zum Grundkreis erweitert. Wir sehen also als deutliche

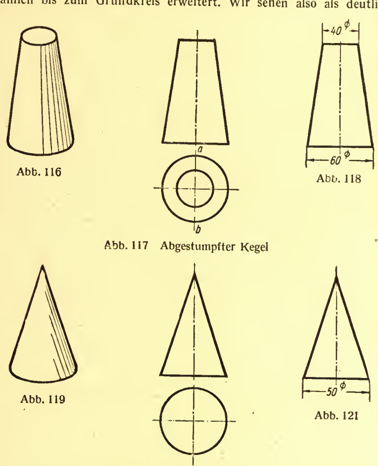


Abb. 116

Abb. 117 Abgestumpfter Kegel

Abb. 118

Abb. 119

Abb. 120 Kegel

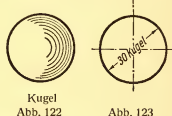
Abb. 121

Kanten zwei Kreise. Diese zeichnen wir (Abb. 117b). Der Mantel erscheint im Grundriß verkürzt als die Fläche zwischen dem inneren und dem äußeren Kreise. Die wichtigste Ansicht ist also der Aufriß; aus ihm können wir die Größe der Deck- und Grundfläche, die Höhe des Kegels und die Art der Verjüngung erkennen. Der Grundriß sagt uns dagegen nur, daß der Körper rund ist, gibt uns aber keinen Aufschluß darüber, ob der Kegel schlank oder gedrungen ist. Wenden wir wieder, wie beim

Bolzen, das Durchmesserzeichen an, so kommen wir mit dem Aufriß allein aus (Abb. 118).

Der Kegel in Abb. 116 ist abgestumpft. In dieser Form kommt er meist im Maschinenbau vor. Seltener kommt der spitze Kegel (Abb. 119) vor (z. B. bei der Körnerspitze). Abb. 120 zeigt uns diesen Kegel im Aufriß und Grundriß, Abb. 121 in der üblichen Darstellung mit Durchmesserzeichen.

Zum Schluß sei noch die Kugel (Abb. 122) dargestellt. Sie erscheint in allen Ansichten als Kreis. Zeichnet man die Kugel nur in einer Ansicht, so wird die Kugelform durch Zusatz des Wortes „Kugel“ zum Durchmessermaß angegeben, z. B. 30 Kugel (Abb. 123).

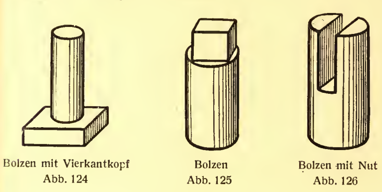


Kugel
Abb. 122

Abb. 123

Übungsaufgabe

9) Zeichnen Sie die Bolzen (Abb. 124—126) in so viel Ansichten, wie zur eindeutigen Darstellung erforderlich sind!



Bolzen mit Vierkantkopf
Abb. 124

Bolzen
Abb. 125

Bolzen mit Nut
Abb. 126

Maßeintragungen

Die Skizze oder Zeichnung eines Werkstückes vermittelt uns eine Vorstellung von seiner Form. Nach der Zeichnung können wir den Körper aber nur genau herstellen, wenn die Zeichnung Maße enthält. Diese Maße sind notwendig, damit der Arbeiter bei der Herstellung des Werkstückes die Abmessungen unmittelbar aus der Werkstattzeichnung entnehmen kann. Selbst wenn im Zeichenbüro eine nicht genaue maßstäbliche Zeichnung hergestellt ist, gilt das eingetragene Maß.

Zur Übung wollen wir einige Körper normgerecht skizzieren und gleichzeitig mit Maßen versehen.

Abb. 127 zeigt uns einen Bolzen mit mehreren Absätzen.

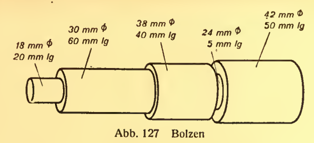


Abb. 127 Bolzen

In Abb. 128 sehen wir seinen Aufriß und Seitenriß.

Bei der Bemaßung haben wir zu beachten, daß diejenigen Maße eingetragen werden müssen, die zur Herstellung des Stückes erforderlich sind, und zwar sind die Fertigmaße einzutragen, d. h. es müssen diejenigen Abmessungen angegeben werden, die das Werkstück nach der Bearbeitung aufweisen soll.

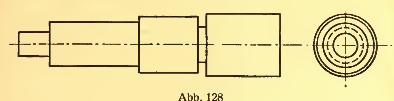


Abb. 128

Überlegen wir zunächst, wie der Bolzen hergestellt wird.

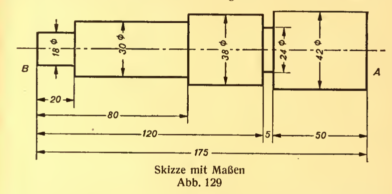
1. Arbeitsgang: 45er Rundstahl 180 mm lang absägen.
2. Arbeitsgang: Bolzen in das Drehbankfutter einspannen, eine Seite plandrehen und zentrieren.
3. Arbeitsgang: Bolzen umspannen und die andere Seite nach Maß plandrehen und zentrieren.
4. Arbeitsgang: Bolzen zwischen den Spitzen auf 43 mm ⌀ 52 mm lang schruppen und auf 42 mm ⌀ schlichten.
5. Arbeitsgang: Bolzen umspannen und folgende Ansätze schruppen:

   39 mm ⌀ 127 mm lang
   31 „ ⌀ 79 „ „
   19 „ ⌀ 19 „ „

6. Arbeitsgang: Die geschruppten Ansätze nach Maß schlichten und mit dem Seitenstahl die Ecken ausdrehen.
7. Arbeitsgang: Nute 5 mm breit mit dem Stechstahl einstechen.

Aus dieser Überlegung heraus ergibt sich die Bemaßung nach Abb. 129.

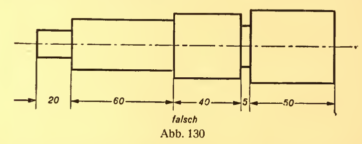
Aus der Art der Maßeintragung ersehen wir, daß, wie es dem Arbeitsgang entspricht, das Längenmaß 50 von der Fläche *A* aus, die Längenmaße 20, 80 und 120 von der Fläche *B* aus einzuhalten sind. Es ist falsch, die Längenmaße nach Abb. 130 einzutragen, weil wir die Längenmaße in dieser Form bei der Bearbeitung nicht brauchen.



Skizze mit Maßen
Abb. 129

In Abb. 129 sind alle senkrechten Maße mit einem Durchmesserzeichen versehen. Daraus erkennen wir, daß alle Ansätze rund sind. Ein Seitenriß erübrigt sich also.

Die einzelnen Durchmessermaße sind neben die Mittellinie gesetzt. Reicht der Raum hierzu nicht aus, wird die Mittellinie unterbrochen.



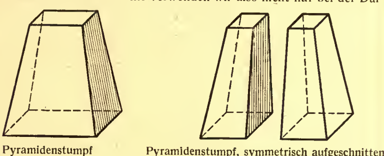
falsch
Abb. 130

Das Durchmesserzeichen darf nur in der in Abb. 129 angewendeten Form gebraucht werden. Andere Darstellungen, wie ⌀, ⌀, ⌀, sind unzulässig.

Wir wollen nun den in Abb. 131 dargestellten Körper betrachten. Er ist ein Pyramidenstumpf mit quadratischer Grund- und Deckfläche.

Denken wir uns diesen Pyramidenstumpf von oben nach unten in der Mitte durchgesägt, so erhalten wir zwei Teile, von denen der eine das Spiegelbild des anderen ist (Abb. 132).

Rechts und links dieser Schnittfläche sind die Abmessungen beider Teile gleich. Solche Körper nennt man symmetrisch. Alle symmetrischen Körper werden in der technischen Zeichnung durch eine Mittellinie gekennzeichnet. Eine Mittellinie verwenden wir also nicht nur bei der Dar-



Pyramidenstumpf
Abb. 131

Pyramidenstumpf, symmetrisch aufgeschnitten
Abb. 132

stellung runder Körper, sondern bei der Zeichnung aller symmetrischen Körper. Wie beim Skizzieren runder Körper zeichnen wir auch jetzt wieder zuerst die Mittellinie. Abb. 133a zeigt uns den Körper in Aufriß und Grundriß ohne Maße. Um den Pyramidenstumpf herstellen zu

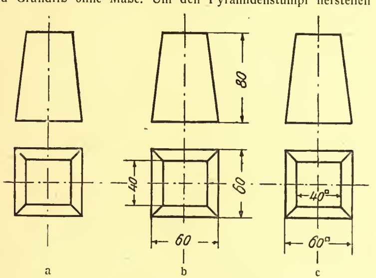


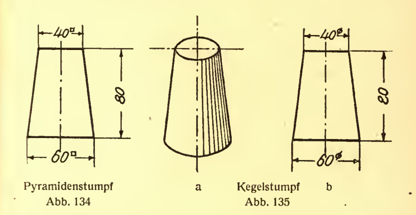
Abb. 133 Pyramidenstumpf

können, müssen wir die Höhe des Körpers kennen (80 mm) und wissen, wie breit und tief der Körper unten und oben ist (60 bzw. 40 mm). Das Maß 60 erscheint zweimal, da Grund- und Deckfläche quadratisch sind (Abb. 133b). Diese zweimalige Eintragung der Maße vermeidet man

dadurch, daß man, ähnlich wie bei den runden Körpern, auch für quadratische Körper ein besonderes Zeichen verwendet, nämlich das Quadratzeichen (□).

Dieses Zeichen setzen wir wie das ⌀-Zeichen etwas oberhalb der Maßzahl. Abb. 133c zeigt uns, wie die Skizze bei Anwendung des □-Zeichens aussieht.

Nun können wir die Maße für Breite und Tiefe auch im Aufriß anbringen. Aus Abb. 134 ersehen wir, daß wir aus dem Aufriß allein uns den Körper vorstellen können.



Pyramidenstumpf a Kegelstumpf b

Abb. 134 Abb. 135

Dem pyramidenförmigen Körper wollen wir einen kegelförmigen Körper gegenüberstellen, der die gleiche Höhe, Stärke und Verjüngung hat (Abb. 135a). Im vorigen Abschnitt haben wir schon gelernt, daß wir ihn wie in Abb. 135b darstellen können. Vergleichen wir nun die Abb. 134 und 135b miteinander, so erkennen wir, daß beide Skizzen sich nur durch das □- bzw. ⌀-Zeichen unterscheiden. Es ist also sehr wesentlich, daß man beide Zeichen deutlich schreibt. Falsch ist es, wie man es auf manchen alten Zeichnungen noch sieht, durch das Quadratzeichen einen Strich zu machen; Zeichen wie ⍁, ⌀ und ähnliche sind falsch! Nur zu leicht könnte das Quadratzeichen dann mit dem Durchmesserzeichen (⌀) verwechselt werden.

Für die normgerechte Bemaßung von Kegeln benötigen wir außer den Durchmessermaßen und dem Längenmaß noch weitere Maße.

Bohrer, Reibahlen usw. spannt man auf die Weise in die Maschine ein, daß man sie mit ihrem kegeligen Schaft in den Hohlkegel der Bohrspindel steckt. Beide Kegel, der Außen- und der Innenkegel, müssen, wie Sie aus der Erfahrung wissen, die gleiche Verjüngung haben, damit sie fest ineinander fassen.

Wie erhält man ein Maß für die Verjüngung eines Kegels? Der Kegel in Abb. 136 verjüngt sich auf seine Länge von 72 mm um 48 — 36 = 12 mm. Auf 1 mm Länge verjüngt er sich um den 72. Teil, also um $\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$ mm. Diesen Rechnungsgang können wir auch so schreiben: $\frac{48-36}{72} = \frac{1}{6}$ mm. Der Durchmesser des Kegels nimmt also je mm Länge um $\frac{1}{6}$ mm ab, oder anders ausgedrückt: auf 6 mm Länge verjüngt sich der Durchmesser des Kegels um 1 mm. Hierdurch haben wir das Verjüngungsverhältnis des Kegels festgelegt. In der Technik ist es üblich, dieses Verjüngungsverhältnis des Kegels kurz mit dem Wort „Kegel" zu bezeichnen (früher sagte man Konus) und in folgender Form zu schreiben:

$$\text{Kegel} = 1:6$$

(gesprochen: Kegel gleich eins zu sechs). Fassen wir die im obigen Beispiel durchgeführte Berechnung in eine allgemeine Form, so können wir sagen:

$$\text{Kegel} = \frac{\text{größter Durchmesser} - \text{kleinster Durchmesser}}{\text{Kegellänge}}$$

Bezeichnen wir den größten Durchmesser mit a, den kleinsten Durchmesser mit b und die Kegellänge mit l, so können wir ganz kurz schreiben:

$$\text{Kegel} = \frac{a-b}{l}$$

48Ø
36Ø
72

Abb. 136

a = 110Ø
b = 70Ø
l = 120

Abb. 137

Beispiel: Der größte Durchmesser eines Kegels ist $a = 110$ mm Ø, der kleinste Durchmesser ist $b = 70$ mm Ø, die Länge des Kegels ist $l = 120$ mm. Wie groß ist das Verjüngungsverhältnis des Kegels (Abb. 137)?

Lösung: $\text{Kegel} = \frac{a-b}{l} = \frac{110-70}{120} = \frac{40}{120} = 1:3$

Soll der Kegel 1 : 3 zu einem Hohlkegel passen, so muß dieser Hohlkegel ebenfalls das Verjüngungsverhältnis 1 : 3 haben. Um aus einer Zeichnung

ohne weitere Berechnung die Verjüngung des Kegels sofort zu erkennen, trägt man, wie in Abb. 138, die Angabe „Kegel 1 : 3“ in die Zeichnung parallel zur Mittellinie des Kegels ein.

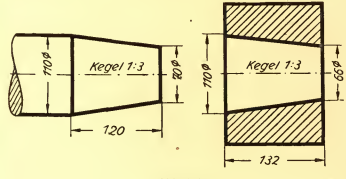


Abb. 138

Wie Sie aus Abb. 139 ersehen, kann man einen Kegel auf der Drehbank durch Schwenken des Werkzeugschlittens herstellen. Damit der Dreher weiß, wie weit er den Schlitten schwenken muß, muß er den halben Kegelwinkel, $\frac{\alpha}{2}$, kennen. Dieser ist daher ebenfalls auf der Zeichnung anzugeben (Abb. 140).

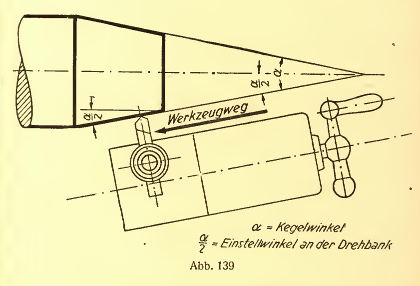


Abb. 139

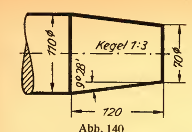


Abb. 140

Die im Masch'nenbau üblichen Kegel sind genormt in den DIN-Blättern 254, 231 und 228. Untenstehende Tabelle ist ein Auszug aus DIN 254. Aus ihr entnehmen wir, daß zum Kegel 1 : 3 der Kegelwinkel $\alpha = 18° 56'$ gehört. Der Einstellwinkel an der Drehbank ist also

$$\frac{\alpha}{2} = 9° 28'$$

Abb. 140 zeigt die 5 Maße, die zur normgerechten Bemaßung eines Kegels notwendig sind:

1) größter Durchmesser
2) kleinster Durchmesser
3) Länge des Kegels
4) Kegel = $1 : k$
5) Einstellwinkel = halber Kegelwinkel $\frac{\alpha}{2}$

Schließt sich der Kegel mit einer Abrundung an den übrigen Körper an oder hört er mit einer Abrundung auf, so wird der Kegel durch dünne Linien vervollständigt und dann bemaßt (Abb. 141).

Abb. 141

$1 : k$	Kegelwinkel	Einstellwinkel an der Bearbeitungsmaschine $\frac{\alpha}{2}$	$1 : k$	Kegelwinkel	Einstellwinkel an der Bearbeitungsmaschine $\frac{\alpha}{2}$
1 : 0,289	120°	60°	1 : 3	18° 56′	9° 28′
1 : 0,350	110°	55°	1 : 5	11° 25′	5° 42′ 30″
1 : 0,500	90°	45°	1 : 6	9° 32′	4° 46′
1 : 0,652	75°	37° 30′	1 : 10	5° 44′	2° 52′
1 : 0,866	60°	30°	1 : 15	3° 49′	1° 54′ 30″
1 : 1,21	45°	22° 30′	Morsekegel s. DIN 231		
1 : 1,50	36° 52′	18° 26′	1 : 20	2° 52′	1° 26′
1 : 1,87	30°	15°	1 : 30	1° 54′ 34″	57′ 17″
			1 : 50	1° 8′ 44″	34′ 2″

Der Bolzen nach Abb. 142a besteht aus runden und kantigen Teilen. Um aus der Skizze (Abb. 142b) den kantigen Teil leichter erkennen zu können, kann man ein weiteres Hilfsmittel anwenden, das Diagonal-

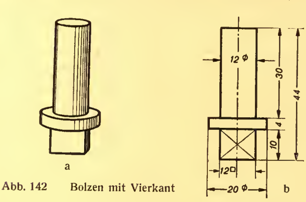
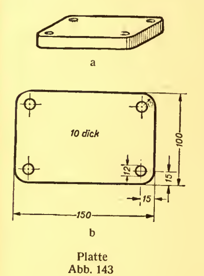


Abb. 142 Bolzen mit Vierkant

kreuz. Es ist in feinen Linien einzutragen, da die beiden Linien keine Kanten, sondern nur Hilfslinien sind. Man macht von diesem Hilfsmittel aber erst Gebrauch, wenn der Körper nur in einem Riß gezeichnet ist.

In Abb. 143a sehen wir eine einfache Platte mit 4 Löchern. Abb. 143b zeigt uns, wie sie in einem Riß dargestellt werden kann, wenn man die Blechstärke in die Skizze einträgt. Aus diesem Beispiel ersehen wir ferner, daß man die Maße für die Bohrungen, die sich gleichmäßig an den Ecken wiederholen, nur einmal anzugeben braucht. Wir sehen auch, wie man einen Halbmesser angibt: eine Maßlinie, die nur einen Pfeil am Kreisbogen hat. Der Mittelpunkt des Halbmessers ist durch das Mittellinienkreuz festgelegt. Setzt der Halbmesser außerhalb eines Mittellinienkreuzes an, so wird der Mittelpunkt durch einen kleinen Kreis gekennzeichnet (Abb. 144).



Platte
Abb. 143

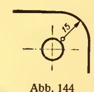
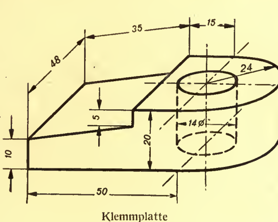


Abb. 144

Übungsaufgaben

10) Zeichnen Sie die Klemmplatte (Abb. 145) mit Maßen in den erforderlichen Rissen!

11) Ergänzen Sie den Aufriß der Hebelklaue (Abb. 146), zeichnen Sie den Grundriß! Tragen Sie die für die Herstellung der Klaue erforderlichen Maße ein! (Beide Bohrungen sind 15 mm stark; die übrigen Maße sind entsprechend zu schätzen.)

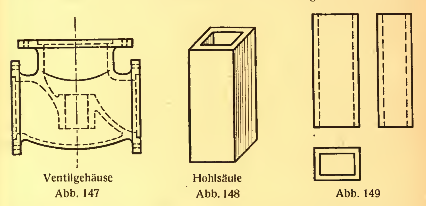


Klemmplatte
Abb. 145

Hebelklaue
Abb. 146

Darstellung von Körpern im Schnitt

Häufig haben wir hohle Körper zeichnerisch darzustellen. Denken Sie nur an Rohre, Ventile, Gehäuse, Zylinder, Buchsen, Lager, an die Naben von Zahnrädern, Riemenscheiben usw.! Jede Schraube und jeder Niet sitzen in einer entsprechenden Bohrung. Nach den bisher kennengelernten Grundsätzen müssen wir unsichtbare Kanten durch gestrichelte Linien



Ventilgehäuse
Abb. 147

Hohlsäule
Abb. 148

Abb. 149

darstellen, wie z. B. den Ventilkörper in Abb. 147. Je mehr gestrichelte Linien in einer Skizze enthalten sind, um so schwieriger wird es, sich eine räumliche Vorstellung von dem dargestellten Körper zu machen. Man hat daher für hohle Körper eine zweckmäßigere Darstellungsweise eingeführt: die Zeichnung im Schnitt. Wir wollen diese Darstellungsweise an einem einfachen Hohlkörper, einer viereckigen Hohlsäule (Abb. 148), erläutern. Denken wir uns die Säule auf dem Tische stehend und betrachten sie in der gewohnten Weise von vorn, von oben und von links, so ergeben sich die in Abb. 149 dargestellten Risse. Um die gestrichelten Linien zu vermeiden, gehen wir in folgender Weise vor:

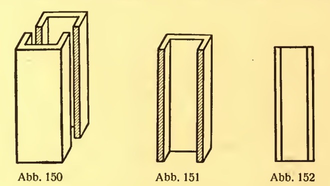


Abb. 150

Abb. 151

Abb. 152

Wir denken uns den Körper in der Mitte senkrecht von oben nach unten aufgeschnitten (Abb. 150) und die vordere Hälfte weggenommen. Es bleibt also nur die hintere Hälfte der Säule übrig (Abb. 151).

Diese gedachte hintere Hälfte der Säule zeichnen wir im Aufriß (Abb. 152).

Um zum Ausdruck zu bringen, daß wir uns die Hohlräume durchschnitten gedacht haben, schraffen wir diese vermeintlichen Schnittflächen, wie in Abb. 153 dargestellt ist. Die für das Schraffen angewendeten Linien zeichnet man als Hilfslinien dünn. Man nennt sie „Schraffen".

Merke besonders: M a n d a r f n u r s o l c h e F l ä c h e n s c h r a f f e n, d i e b e i m g e d a c h t e n D u r c h s ä g e n d e s K ö r p e r s a l s S c h n i t t f l ä c h e n a m W e r k s t o f f e n t s t e h e n.

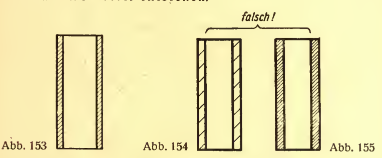


Abb. 153 Abb. 154 Abb. 155

Keineswegs darf z. B. die mittlere Fläche in Abb. 153 geschrafft werden, weil diese Fläche hinter der Schnittebene liegt und daher von der Säge nicht berührt würde.

Die Schraffen werden unter 45° zur Grundlinie oder Achse angebracht. Ihr Abstand ist entsprechend der Größe der Schnittfläche zu wählen; im allgemeinen werden sie etwa 1 bis 3 mm voneinander entfernt eingetragen. Ein zu weiter Abstand hebt den Schnitt nicht genügend hervor (Abb. 154). Bei zu geringem Abstand der Schraffen wird die Darstellung unsauber; denn kleine Unterschiede in den einzelnen Linienabständen machen sich dann stärker bemerkbar. Ein enges Schraffen (Abb. 155) ist außerdem zu zeitraubend. In älteren Zeichnungen findet man mitunter noch für verschiedene Werkstoffe verschiedene Formen des Schraffens, z. B. für Gußeisen Schraffen mit weitem Linienabstand, für Temperguß je zwei Linien, für Stahlguß je drei Linien eng nebeneinander. Dieses Verfahren ist überholt, weil es sich für die Kennzeichnung der vielen heute gebräuchlichen Werkstoffe nicht mehr anwenden läßt. Die Art des Werkstoffes wird vielmehr im Schriftfeld oder in der Stückliste der Zeichnung angegeben. Für alle Metalle ist daher die einfache Form des Schraffens unter 45° anzuwenden. Lediglich für nichtmetallische Werkstoffe ist die Andeutung der Stoffart durch verschiedenartige Schraffung zweckmäßig. (Beispiele siehe Abb. 156.)

Kehren wir nun zu unserer Hohlsäule zurück! Wir wollen auch den Seitenriß als Schnitt darstellen. Wir betrachten die Hohlsäule von links und denken sie uns senkrecht zur Blickrichtung geschnitten (Abb. 157). Das Ergebnis ist in Abb. 158 dargestellt.

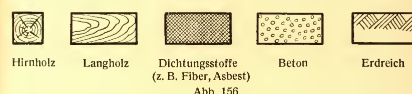


Abb. 156

Abb. 159 zeigt uns Aufriß, Grundriß und Seitenriß der Hohlsäule in normgerechter Zusammenstellung. Da es sich um einen symmetrischen Körper handelt, zeichnen wir auch die Mittellinien ein. Die Mittellinien im Grundriß geben gleichzeitig auch die Stellen an, an denen wir uns

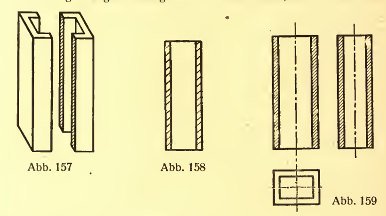


Abb. 157 Abb. 158 Abb. 159

die senkrechten Schnitte geführt gedacht haben, und zwar deutet die waagerechte Mittellinie an, wo der im Aufriß dargestellte Schnitt liegt; die senkrechte Mittellinie gibt die Stelle an, an welcher der im Seitenriß dargestellte Schnitt liegt.

Zur weiteren Übung wollen wir noch einen durchbohrten Bolzen mit Vierkantkopf (Abb. 160) darstellen.

Abb. 161 zeigt uns den Bolzen in Aufriß und Grundriß.

Im Aufriß müssen wir die Bohrung, da sie unsichtbar ist, gestrichelt zeichnen. Denken wir uns den Bolzen senkrecht von oben nach unten aufgeschnitten, so erscheint uns die Bohrung sichtbar. Abb. 162 zeigt uns den Aufriß im Schnitt. Wir wollen nun den Bolzen mit Maßen versehen. Dazu überlegen wir zuerst, welche Maße zu seiner Herstellung notwendig sind.

Abb. 160

Bolzen mit Vierkantkopf
Abb. 161

Abb. 162

Wir stellen den Bolzen her, indem wir ein Stück Vierkantstahl in die Drehbank einspannen, auf die Länge des zylindrischen Teils abdrehen und dann die Bohrung in der geforderten Stärke ausbohren. Wir müssen also wissen, wie stark der Vierkant sein muß und wie lang der gesamte Körper werden soll. Ferner muß angegeben werden, auf welche Stärke und Länge der zylindrische Teil abgedreht werden soll, und schließlich, wie groß der Durchmesser der Bohrung werden soll. Demgemäß ergibt sich die Bemaßung des Körpers nach Abb. 163. Dadurch, daß wir die runden Teile durch das Durchmesserzeichen und den quadratischen Teil durch das Quadratzeichen kenntlich machen, erübrigt sich eine weitere Ansicht des Körpers. Der Bolzen ist durch Abb. 163 eindeutig festgelegt.

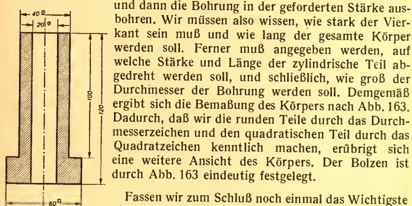


Abb. 163

Fassen wir zum Schluß noch einmal das Wichtigste über die Darstellung eines Körpers im Schnitt zusammen:

1) Hohle Körper werden im Schnitt dargestellt, um die inneren Teile deutlicher darstellen und erkennen zu können.

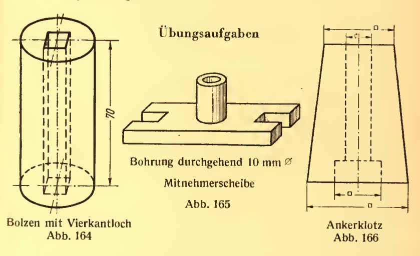
2) Der Schnitt wird senkrecht zur Blickrichtung geführt, bei symmetrischen Körpern durch die Mitte.

3) Die Schnittflächen, d. h. die Flächen, die beim Aufschneiden des Werkstückes sichtbar werden würden, sind zu schraffen.

4) Das Schraffen geschieht durch dünne Linien unter 45° zur Grundlinie oder Achse des Körpers.

5) Der Abstand der Schraffen richtet sich nach der Größe der Skizze. Er beträgt im allgemeinen 1 bis 3 mm.

Übungsaufgaben



Bolzen mit Vierkantloch
Abb. 164

Mitnehmerscheibe
Abb. 165

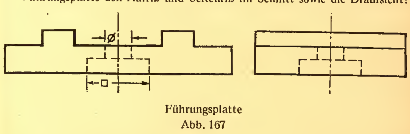
Ankerklotz
Abb. 166

12) Skizzieren Sie den Bolzen mit Vierkantloch (Abb. 164) und

13) die Mitnehmerscheibe (Abb. 165)! Die Skizzen sind zu bemaßen. Die in den Abb. 164 und 165 angegebenen Maße gelten als Anhaltswerte für die übrigen Maße.

14) Skizzieren Sie von dem in Abb. 166 dargestellten Ankerklotz den Aufriß im Schnitt und den Grundriß!

15) Skizzieren Sie von der in Abb. 167 in Vorder- und Seitenansicht dargestellten Führungsplatte den Aufriß und Seitenriß im Schnitt sowie die Draufsicht!



Führungsplatte
Abb. 167

Teile, die nicht geschnitten werden

Wir wollen die in Abb. 168 skizzierte Buchse mit zwei Verstärkungsrippen zeichnen.

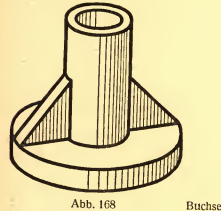


Abb. 168

Buchse

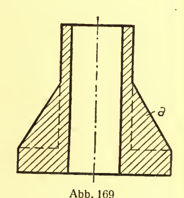


Abb. 169

Die Buchse ist ein hohler Körper. Um ihre Wandstärke deutlich hervortreten zu lassen, zeichnen wir daher zweckmäßig den Aufriß im Schnitt. Wir denken uns die Buchse senkrecht von oben nach unten in der Ebene *A—B* aufgeschnitten und zeichnen, wie wir es im vorigen Abschnitt geübt haben, die hintere Hälfte der Buchse. Wir erhalten dann einen Aufriß der Buchse nach Abb. 169. Dieser Aufriß erweckt nun aber leicht den Eindruck, als ob der Teil *a* ebenso wie die übrige geschraffte Fläche volles, rund um die Buchse verlaufendes Material darstelle. Um eine solche Vorstellung zu vermeiden, wird nur das Material der eigentlichen Buchse geschrafft. Die in der Längsrichtung ebenfalls geschnittenen Rippen werden dagegen, um sie deutlich als Rippen in Erscheinung treten zu lassen, nicht geschrafft. Abb. 170 zeigt die normgerechte Darstellung einer solchen Buchse mit zwei Verstärkungsrippen.

Abb. 170

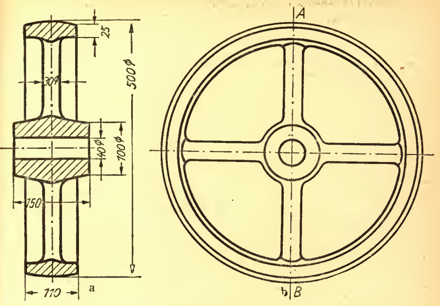


Abb. 171 Riemenscheibe mit Armen

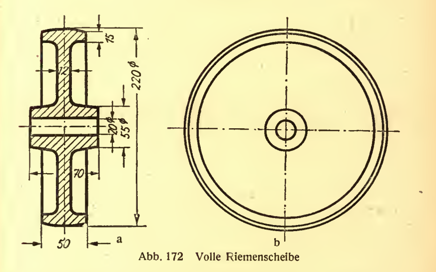


Abb. 172 Volle Riemenscheibe

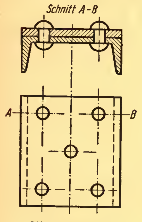
Merke: Führt ein Schnitt längs durch eine Rippe, so wird die Rippe nicht geschrafft, sondern in Ansicht gezeichnet.

In Abb. 171 sehen wir eine Riemenscheibe mit vier Armen dargestellt. Der Aufriß (Abb. 171 a) ist im Schnitt gezeichnet, um die Stärke des Radkranzes und der Nabe deutlich hervortreten zu lassen. Der Schnitt *A—B* führt längs durch die Arme. Arme werden, ebenso wie Rippen, wenn sie in der Längsrichtung geschnitten werden, nicht geschrafft, sondern in Ansicht gezeichnet.

Auf der Antriebswelle eines Elektromotors haben Sie schon kleinere Riemenscheiben gesehen, die nicht mit Armen, sondern voll ausgeführt sind (Abb. 172). Vergleichen Sie den Aufriß dieser Scheibe mit dem Aufriß in Abb. 171! Sie erkennen sofort aus Abb. 172a eine volle Scheibe und aus Abb. 171a eine Scheibe mit Armen.

Beachten Sie in Abb. 172a auch noch, daß die Schraffung dort unterbrochen ist, wo eine Maßzahl steht! Denn durch eine Maßzahl darf niemals eine Linie gehen.

In Abb. 173 sehen Sie einen Schnitt durch eine Nietverbindung. Die Lage des Schnittes ist durch die Buchstaben *A—B* angegeben. Der Schnitt ist mitten durch die Nieten geführt, um die Form und Stärke der Nieten deutlich erkennen zu lassen. Auch Nieten werden, wenn sie in der Längsrichtung geschnitten werden, nicht geschrafft, sondern in Ansicht gezeichnet.



Nietverbindung
Abb. 173

In Abb. 173 fällt uns ferner auf, daß das U-Eisen anders geschrafft ist als das aufgenietete Flacheisen. Durch die entgegengesetzt gerichtete Schraffung erkennen wir deutlich, daß zwei verschiedene Körper zusammengenietet sind.

Merke: Schnittflächen verschiedener aneinanderstoßender Körper sind verschieden gerichtet oder verschieden weit zu schraffen.

Abb. 174 zeigt uns eine Welle, die in zwei Lagerböcken gelagert ist. Der Schnitt *A—B* ist geführt worden, um das Innere des Lagerauges und die Lagerbuchsen einwandfrei erkennen zu können. Obwohl der Schnitt längs durch die Welle geht, ist sie in Ansicht gezeichnet.

In der Seitenansicht ist der Schnitt quer zur Welle geführt und die gedachte Schnittfläche *C—D* geschrafft. Man kann den Seitenriß auch in Ansicht darstellen (Abb. 175). Die Welle tritt dann aber nicht deutlich hervor.

Achten Sie wieder darauf, daß der Lagerbock und die Buchse entgegengesetzt geschrafft sind, weil es zwei verschiedene Körper sind, die aneinanderstoßen! Jedoch sind der linke und der rechte Lagerbock gleichgerichtet geschrafft. Sie sind zwei verschiedene Körper, stoßen aber nicht aneinander.

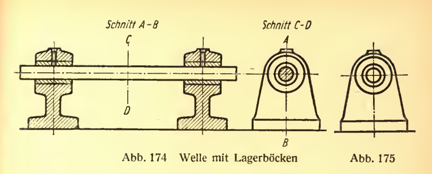


Abb. 174 Welle mit Lagerböcken   Abb. 175

Wir fassen noch einmal zusammen:

Rippen, Arme, Nieten, Schrauben, Wellen und ähnliche Körper werden, wenn ein Schnitt in der Längsrichtung durch sie führt, nicht geschrafft, sondern in der Ansicht dargestellt.

Wird jedoch durch sie der Schnitt in der Querrichtung geführt, so sind sie zu schraffen.

Schnittflächen verschiedener aneinanderstoßender Körper sind verschieden gerichtet oder verschieden weit zu schraffen.

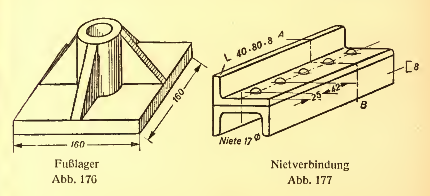
Wo eine Maßzahl steht, ist die Schraffung zu unterbrechen.

Übungsaufgaben

16) Zeichnen Sie von dem Fußlager (Abb. 176) den Aufriß im Schnitt und die Draufsicht!

17) Eine Nietverbindung nach Abb. 177 ist in Aufriß (Längsansicht) und Seitenriß (Schnitt A—B) zu zeichnen.

Die in den Skizzen angegebenen Maße gelten als Anhaltswerte für die übrigen Maße.



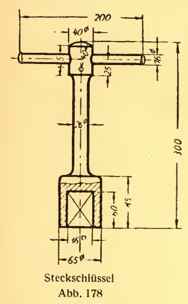
Fußlager
Abb. 176

Nietverbindung
Abb. 177

Teilschnitte, Halbschnitt-Halbansicht, Schnittverlauf, Bruchlinien

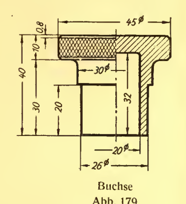
In Abb. 178 sehen wir einen Steckschlüssel in Ansicht. Das untere Ende ist jedoch im Schnitt gezeichnet, um den vierkantigen Hohlraum deutlich in Erscheinung treten zu lassen. Einen solchen Schnitt nennt man einen Teilschnitt.

Merke: Der Teilschnitt wird von der Ansicht durch eine Bruchlinie getrennt. Die Bruchlinie wird dünner als die sichtbaren Kantenlinien gezeichnet. Sie wird immer, auch in Reinzeichnung, freihändig, jedoch nicht übertrieben unregelmäßig gezogen.



Steckschlüssel
Abb. 178

Die Buchse (Abb. 179) ist halb im Schnitt, halb in Ansicht gezeichnet. Die rechte Hälfte der Skizze zeigt uns deutlich das Innere der Buchse; aus der linken Hälfte dagegen ersehen wir, daß der Bund der Buchse außen



Buchse
Abb. 179

gekordelt werden soll. Da der Schnitt durch die Mittellinie begrenzt ist, wird keine besondere Bruchlinie gezeichnet. Der Hohlraum ist aus dem halben Schnitt eindeutig zu erkennen, weil die Mittellinie darauf hinweist, daß der Körper symmetrisch, d. h. auf beiden Seiten gleichmäßig ist. Es erübrigt sich also, den Hohlraum bei der Ansichtseite (linke Hälfte der Abb. 179) noch weiter durch gestrichelte Linien zu kennzeichnen.

Der Innendurchmesser der Buchse erhält nur auf der Schnittseite einen Maßpfeil. Die Maßlinie muß aber über die Mittellinie noch etwas hinausgeführt werden. Alle Innenmaße (20⌀; 32) sind auf der Schnittseite, alle Außenmaße (30⌀; 20; 30; 10; 0,8; 40) sind auf der Ansichtseite anzubringen.

Merke: Die Darstellung eines Körpers halb im Schnitt, halb in Ansicht wird bei hohlen, symmetrischen Körpern angewendet, um aus einem Riß sowohl die innere als auch die äußere Bearbeitung erkennen zu können. Der Schnitt wird durch die Mittellinie begrenzt.

Die netzförmige Schraffung des Bundes sagt uns, daß die Oberfläche gekordelt werden soll. Die verschiedenen Arten der Oberflächenbearbeitung durch Rändeln oder Kordeln ersehen wir aus Abb. 180.



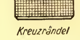




Abb. 180

Abb. 181 zeigt uns eine ähnliche Buchse wie die in Abb. 179. Der Bund ist jedoch nicht gekordelt. Die Darstellung, halb Schnitt — halb Ansicht, erübrigt sich, weil aus Abb. 181 sowohl die innere als auch die äußere Form der Buchse eindeutig hervorgeht.

Abb. 182 zeigt uns eine Deckplatte mit verschiedenartigen Löchern. Um die Form aller Löcher klar erkennen zu können, sind zwei Schnitte durch die

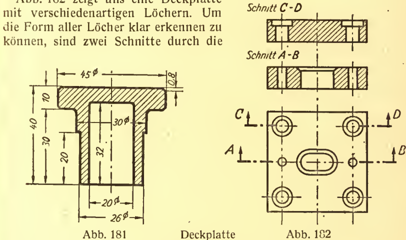


Abb. 181 Deckplatte Abb. 182

Platte geführt worden. Die Stellen, an denen die Schnitte gedacht sind, sind im Grundriß durch kurze, kräftige Strichpunktlinien angedeutet. An den Enden dieser Linien sind Pfeile in der Blickrichtung auf die gedachten Schnitte angebracht. Ferner sind die einzelnen Schnitte durch die Buchstaben *A—B* und *C—D* gekennzeichnet.

Beide Schnitte können zu einem knickförmigen Schnitt vereinigt werden (Abb. 183). Der Schnittverlauf ist im Grundriß durch kurze, kräftige Strichpunktlinien und durch die großen Buchstaben *A—B—C—D* hervorgehoben. Die Blickrichtung auf den darzustellenden Schnitt ist durch Pfeile angegeben.

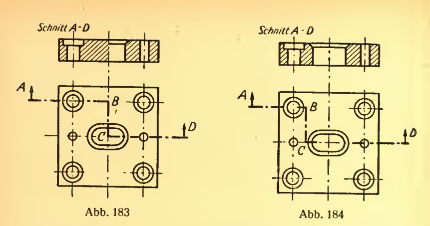


Abb. 183 Abb. 184

Der Schnitt kann auch so geführt werden, wie Abb. 184 zeigt. Beide Schnittführungen sind richtig.

Die Schraffung nimmt auf die Knickstellen des Schnittverlaufs keine Rücksicht; sie wird rechts und links der Knickstelle gleichmäßig durchgeführt. Keinesfalls darf im Schnitt an der Knickstelle eine Kante eingezeichnet werden (Abb. 185), da der Knick an der Stelle *C* nur gedacht ist; in Wirklichkeit befindet sich an dieser Stelle keine Kante.

falsch!

Abb. 185

Abb. 186 Riemenscheibe

Merke: Ist der Verlauf eines Schnittes durch einen Körper nicht ohne weiteres ersichtlich, so wird er durch kurze, kräftige Strichpunktlinien angedeutet. An den Enden dieser Linien sind Pfeile in der auf den darzustellenden Schnitt gerichteten Sehrichtung anzubringen. Sind mehrere Schnitte für einen Körper erforderlich, oder ist der Verlauf eines Schnittes nicht übersichtlich, so sind die einzelnen Schnitte oder der Schnittverlauf mit großen Buchstaben zu kennzeichnen.

In Abb. 186 sehen wir eine Riemenscheibe, deren Arme einen ellipsenförmigen Querschnitt haben. Die Ellipsenform ist weder aus dem Aufriß noch aus dem Seitenriß zu erkennen. Um einen weiteren Schnitt durch

die Riemenscheibe zu ersparen, denken wir uns einen Arm an einer Stelle durchgeschnitten. Der hierdurch entstehende Querschnitt wird um 90° herumgeklappt gedacht und in dünnen Linien in den Arm eingezeichnet. Die kleine waagerechte Mittellinie in diesem Schnitt ist erforderlich, weil die Ellipse eine symmetrische Fläche ist.

Merke: Um eine weitere Ansicht oder einen Schnitt zu ersparen, kann der Querschnitt (das Profil) eines länglichen Körpers in seiner Ansicht mit dünnen Linien eingezeichnet werden.

In Abb. 187 sehen wir einen Rohrkrümmer, dessen oberer Flansch schräg zur Grundfläche steht. Um die Form des Flansches deutlich erkennbar zu machen, führen wir den Schnitt schräg zur Grundfläche, jedoch parallel zur Kante des Flansches. Würden wir den Krümmer in der üblichen Weise in Aufriß und Grundriß oder Seitenriß zeichnen, so würde der obere Flansch verzerrt erscheinen (Abb. 188).

Rohrkrümmer

Abb. 187

Grundriß zu Abb. 187 falsch!

Abb. 188

Merke: Schnitte parallel zu schräglaufenden Kanten sind anzuwenden, wenn hierdurch ungünstige Verkürzungen der Darstellung vermieden werden.

Verlaufen Maschinenteile in längerer Ausdehnung gleichförmig, so kann man sie zwecks Platzersparnis verkürzt — abgebrochen — zeichnen (Abb. 189).

Der dazwischenliegende Teil wird nicht mitgezeichnet. Die Maßzahl gibt aber die ganze Länge des Werkstückes an. Die Bruchlinien werden dünn und freihändig gezeichnet.

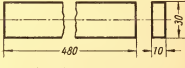


Abb. 189 Bruchlinien

Die Bruchlinie für Holz (Abb. 190) zeigt eine starke Zickzackform (Splitterwirkung beim Abbrechen von Holz). Die Bruchlinie für volle Rundkörper ist nach Abb. 191 in Schleifenform zu zeichnen. Der sichtbar gedachte Teil der Bruchflächen ist einmal nach oben und einmal nach unten zu verlegen.

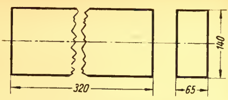


Abb. 190 Bruchlinien für Holz

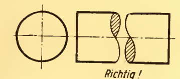
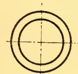
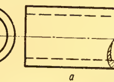


Abb. 191 Bruchlinien für volle Rundkörper

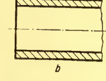


Abb. 192
Bruchlinien für hohle Rundkörper

Rohre und Drehteile mit Bohrungen erhalten, wenn sie in Ansicht (Abb. 192a) gezeichnet sind, eine Bruchlinie in doppelter Schleifenform, im Schnitt (Abb. 192b) dagegen nur eine einfache Bruchlinie.

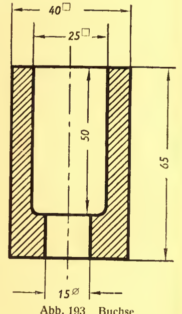
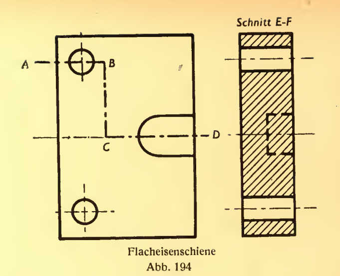


Abb. 193 Buchse

Übungsaufgaben

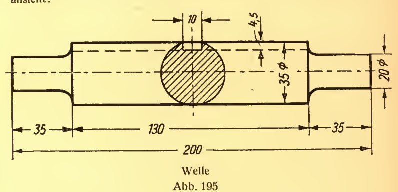
18) Zeichnen Sie zum Aufriß der Buchse (Abb. 193) den Grundriß!

19) Zeichnen Sie zum Aufriß und Seitenriß der Flacheisenschiene (Abb. 194) den Schnitt *A—D*! Geben Sie im Aufriß die Lage des Schnittes *E—F* an!



Flacheisenschiene
Abb. 194

20) Zeichnen Sie zum Aufriß der Welle (Abb. 195) die Draufsicht und die Seitenansicht!



Welle
Abb. 195

Das Gewinde

Maschinenteile können auf verschiedene Weise miteinander verbunden werden. Es gibt lösbare und unlösbare Verbindungen. Unlösbare Verbindungen von Maschinenteilen werden durch Nieten oder Schweißen hergestellt. Sollen diese Maschinenteile wieder getrennt werden, so muß die Niet- oder Schweißverbindung zerstört werden. Lösbare Verbindungsmittel sind Schrauben und Keile.

Es gibt Bewegungs- und Befestigungsschrauben. Bewegungsschrauben sind solche Schrauben, mit denen irgendeine Bewegung hervorgerufen werden soll. Bewegungsschrauben wenden wir an z. B. bei der Leitspindel der Drehbank, bei der Ventilspindel und anderen. Befestigungsschrauben dienen zur festen Verbindung von Maschinenteilen.

Je nach ihrem Verwendungszweck ist die Gewindeart der Schrauben verschieden. Im Maschinenbau sind folgende Gewindearten üblich: Spitzgewinde, Flachgewinde[1], Trapezgewinde, Sägengewinde und Rund- oder Kordelgewinde (Abb. 196).

a b c d e

Abb. 196 a) Spitzgewinde, b) Flachgewinde, c) Trapezgewinde, d) Sägengewinde, e) Rund- oder Kordelgewinde

Befestigungsschrauben müssen Spitzgewinde bekommen, damit sich die Gewindegänge des Bolzens und der Mutter fest ineinanderpressen. Als Spitzgewinde sind das Whitworthgewinde und das metrische Gewinde gebräuchlich. Das Whitworthgewinde hat einen Spitzenwinkel von 55°; beim metrischen Gewinde ist der Spitzenwinkel 60°. Die Spitzen werden nicht ganz scharf ausgeführt, sondern etwas abgeflacht bzw. abgerundet, damit die Flanken besser aneinanderliegen und Beschädigungen des Materials vermieden werden. (Näheres siehe Technische Tabellen, S. 18). Heute verwendet man im Maschinenbau tunlichst das metrische Gewinde.

Würde man Bewegungsschrauben mit Spitzgewinde versehen, so wären zur Bewegung der Maschinenteile zu große Kräfte erforderlich, weil das Spitzgewinde große Reibung hervorruft. Bewegungsschrauben müssen daher mit flacherem Gewinde hergestellt werden (Arten b bis e der Abb. 196).

Die Schraube trägt das Außengewinde (Bolzengewinde), die Mutter trägt das Innengewinde (Muttergewinde).

Das Gewinde stellen wir entweder von Hand mittels Gewindekluppe bzw. Gewindebohrer oder mittels Gewindeschneidstählen auf der Drehbank her, indem wir Kerben in das Material einschneiden. Hat sich der Bolzen beim Drehen (Abb. 197) einmal um seine Achse gedreht, so ist die Schraubenlinie um das Stück *A* bis *B* gestiegen. Diesen Höhenunterschied *h* von Gang zu Gang nennt man Steigung oder Ganghöhe.

Um zwei Rohrflansche miteinander zu verbinden, brauchen wir Schrauben mit Muttern. Oft sitzt das Muttergewinde in einem der zu verbindenden Bauteile, man verwendet dann Schrauben ohne Muttern

[1] Das Flachgewinde findet man zwar noch oft, es ist aber nicht genormt. Es soll nach Möglichkeit durch das Trapezgewinde ersetzt werden.

(Kopfschrauben). Wenn wir also Schrauben anzufordern haben, müssen wir immer angeben, ob wir Schrauben mit oder ohne Muttern haben wollen.

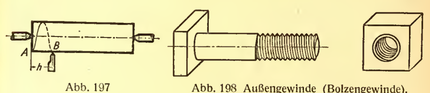


Abb. 197

Abb. 198 Außengewinde (Bolzengewinde), Innengewinde (Muttergewinde)

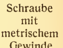
In Abb. 198 sehen wir eine Vierkantschraube mit Vierkantmutter.

Soll eine Schraube zeichnerisch dargestellt werden, so ist es unzweckmäßig und zeitraubend, die Kanten aller Gänge einzeln wie in Abb. 198 zu zeichnen. Man hat daher eine einfachere, sinnbildliche Darstellungsart eingeführt, die uns Abb. 199 zeigt.

Blicken wir von oben auf eine auf dem Tische stehende Schraube! Die äußere Begrenzung des Gewindes erscheint uns als ein Kreis. Wir zeichnen diesen Kreis daher als volle Linie. Die Tiefe der Gewinderillen können wir dagegen nicht sehen. Daher muß die Gewindetiefe als gestrichelter Kreis gezeichnet werden. In gleicher Weise wird auch im Aufriß die Gewindetiefe durch eine gestrichelte Linie angedeutet. Die Länge des Gewindes wird durch eine dünne Vollinie begrenzt.

Für die Anfertigung eines Gewindes benötigen wir drei Angaben:

1) die Art des Gewindes (Whitworth- oder metrisches Gewinde),
2) die Stärke des Gewindes (Gewindedurchmesser)[1],
3) die Länge des Gewindes.

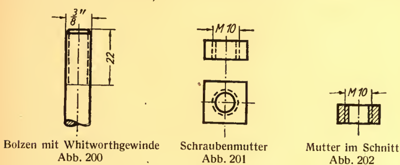


Schraube mit metrischem Gewinde Abb. 199

Diese drei Angaben gehen aus den Maßangaben der Abb. 199 hervor. Der Buchstabe *M* besagt, daß ein metrisches Gewinde geschnitten werden soll. Die Zahl 10 gibt an, daß der Gewindedurchmesser 10 mm stark ist. Das sonst bei runden Körpern erforderliche Durchmesserzeichen läßt man bei Gewindemaßen fort, weil ein Gewinde immer kreisrund ist. Aus dem Gewindedurchmesser ergibt sich ohne weiteres, daß der Schaft auch 10 mm stark ist. Soll das Gewinde von Hand geschnitten werden, so nimmt man eine Kluppe, auf der sich ebenfalls die Bezeichnung M 10 befindet. Soll das Gewinde auf der Drehbank

[1] Merke: Der Gewindedurchmesser ist immer der Außendurchmesser des Gewindes.

geschnitten werden, so wird die Form des Schneidstahles mit Hilfe einer Lehre M 10 hergerichtet. Liegen diese Maße eines Gewindes fest, so ergeben sich alle anderen Maße zwangsläufig aus der Normung (siehe Technische Tabellen S. 19).



Bolzen mit Whitworthgewinde
Abb. 200

Schraubenmutter
Abb. 201

Mutter im Schnitt
Abb. 202

Wie weit das Gewinde auf den Schaft geschnitten werden soll, geht aus der Zahl 22 hervor.

Soll die Schraube mit normalem Whitworthgewinde[1] versehen werden, so wird der Gewindedurchmesser ohne besonderes Kurzzeichen in Zoll angegeben, z. B. $^3/_8$″ (Abb. 200). Die Länge des Gewindes wird wie beim metrischen Gewinde in mm angegeben.

Beachten Sie, daß beim Übergang des Schaftes zum Schraubenkopf eine Ausrundung, eine sogenannte Hohlkehle, vorhanden ist, denn scharfkantige Übergänge sind stets zu vermeiden, weil durch scharfe Ecken die Festigkeit des Werkstückes vermindert wird.

Um das Gewinde am Ende der Schraube beim Einführen in die Mutter oder beim Anziehen gegen Beschädigungen zu schützen, wird das Schraubenende mit einem kleinen Ansatz versehen.

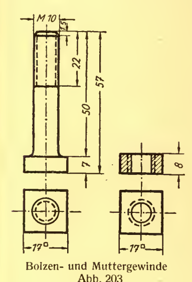
Die normgerechte Darstellung einer Mutter sehen wir in Abb. 201.

Bevor eine Mutter mit Gewinde versehen werden kann, muß zunächst ein Loch von der Größe des Kerndurchmessers ($\approx$ 8 mm, siehe Technische Tabellen S. 18) gebohrt werden. In die Wandung dieses Loches werden die Gewinderillen eingeschnitten. Den Kernkreis zeichnen wir im Grundriß als Vollinie. Die in die Wandung eingeschnittenen Gewinderillen können wir, wenn wir die Mutter senkrecht von oben betrachten, nicht sehen. Wir müssen daher das Gewinde im Grundriß als gestrichelten Kreis einzeichnen. Blicken wir von vorn gegen die Mutter, so sehen wir weder die Kernlochwandung noch die Gewinderillen. Im Aufriß ist daher sowohl die Kernbohrung als auch die Gewindetiefe gestrichelt einzuzeichnen.

Stellen wir den Aufriß im Schnitt dar (Abb. 202), so wird das Kernloch stark ausgezogen und die Gewindetiefe als gestrichelte Linie gezeichnet. Die Schraffen werden bis an die Vollinien durchgeführt.

[1] Das Whitworthgewinde stammt aus England, daher die Maßangabe in Zoll.

Vergleichen wir die Darstellung des Gewindes beim Schraubenbolzen und bei der Mutter (Abb. 203)! Beim Außengewinde (Bolzen) ist die äußere Linie voll gezeichnet, dagegen die innere Linie (Gewindetiefe) gestrichelt; beim Innengewinde (Muttergewinde) ist die innere Linie voll gezeichnet, dagegen die äußere Linie (Gewindetiefe) gestrichelt. Denken Sie an die Herstellung des Gewindes, so sehen Sie leicht ein, daß immer die Kante bzw. Wandung, die vor dem Einschneiden des Gewindes vorhanden ist, voll gezeichnet wird, das dann folgende Einschneiden des Gewindes dagegen gestrichelt angedeutet wird.

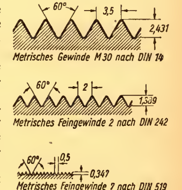


Bolzen- und Muttergewinde
Abb. 203

Art und Maß des Gewindes wird bei der Mutter genau so angegeben wie beim Bolzengewinde (siehe Abb. 201 u. 202). Das Maß bezieht sich also immer auf den äußeren Durchmesser.

Die Kopfhöhe ist bei normalen Schrauben $0{,}7 \cdot d$ (d = Gewindeaußendurchmesser), die Mutterhöhe $0{,}8 \cdot d$. Die Kopfhöhe einer Schraube M 10 ist also $0{,}7 \cdot 10 = 7$ mm. Die Höhe der Mutter M 10 ist $0{,}8 \cdot 10 = 8$ mm (siehe Abb. 203). Die Schlüsselweite ist genormt, damit man mit möglichst wenig Schraubenschlüsseln auskommt. Aus der Tabelle (Technische Tabellen S. 18) entnehmen wir, daß eine Schraube M 10 17 mm Schlüsselweite hat.

Wie Sie aus den Technischen Tabellen S. 19 ersehen können, hat eine Schraube M 30 eine Steigung von 3,5 mm und eine Gewindetiefe von 2,431 mm. Es gibt jedoch auch metrische Schrauben, die bei dem gleichen Gewindedurchmesser eine wesentlich geringere Steigung und Gewindetiefe haben. Solche Gewinde nennt man Feingewinde. Je geringer die Steigung eines Gewindes ist, um so stärker pressen sich Bolzen und Muttergewinde aneinander. Infolge der geringen Gewindetiefe lassen sich Feingewinde auch in dünne Wandungen einschneiden. Es gibt zum metrischen Gewinde 9 verschiedene Gruppen von Feingewinden, die in



Metrisches Gewinde M 30 nach DIN 14

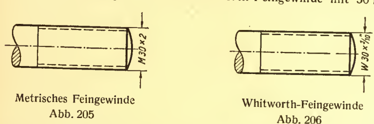
Metrisches Feingewinde 2 nach DIN 242

Metrisches Feingewinde 7 nach DIN 519

Abb. 204

den DIN-Blättern 241—243 (Metrisches Feingewinde 1—3) und 516—521 (Metrisches Feingewinde 4—9) aufgeführt sind. In Abb. 204 sehen Sie im Maßstab 2 : 1 eine Gegenüberstellung verschiedener Steigungen und Gewindetiefen zu dem gleichen Gewindedurchmesser 30 mm. Die Gewindetiefe ergibt sich, da der Spitzenwinkel bei allen metrischen Gewinden 60° beträgt, zwangsläufig aus der Gewindesteigung. Zur Kennzeichnung des Feingewindes muß also die Steigung angegeben werden. Abb. 205 zeigt ein Beispiel für die Bemaßung eines metrischen Feingewindes, dessen Außendurchmesser 30 mm und dessen Steigung 2 mm ist.

Auch zum normalen Whitworthgewinde gibt es Feingewindearten. Abb. 206 ist ein Beispiel für ein Whitworth-Feingewinde mit 30 mm



Metrisches Feingewinde
Abb. 205

Whitworth-Feingewinde
Abb. 206

Außendurchmesser. Die Steigung beträgt $^1/_{10}$"; man sagt auch: es gehen 10 Gänge auf 1 Zoll (genauer ausgedrückt, müßte man sagen: auf 1 Zoll Gewindelänge). Beachten Sie, daß beim Whitworth-Feingewinde der Außendurchmesser in mm, die Steigung aber in Zoll angegeben wird! Dagegen wird, wie Sie aus S. 18 der Technischen Tabellen erkennen können, beim normalen Whitworthgewinde sowohl der Außendurchmesser als auch die Gangzahl in Zoll gemessen.

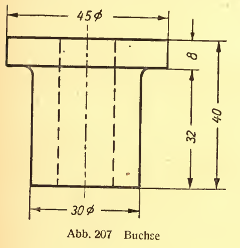


Abb. 207 Buchse

Übungsaufgaben

21) Zeichnen Sie eine Vierkantschraube und -mutter mit $^3/_4$" - Whitworthgewinde! Schaftlänge 80 mm, Gewindelänge 40 mm, Schlüsselweite 32 mm.

22) Die skizzierte Buchse (Abbildung 207) ist innen mit Gewinde M 18 zu versehen. Zeichnen Sie die Buchse im Schnitt!

Schrauben

Schrauben werden in der mannigfachsten Art angewendet. Je nach ihrem Verwendungszweck sind der Kopf, die Gewindeart und das Schaftende verschieden ausgeführt. Um in die vielfach irreführenden Bezeichnungen eine gewisse Ordnung zu bringen und eine einheitliche

Grundformen der Schrauben

Kopfschraube
Holzschraube
Bolzenschraube
Stiftschraube
Gewindestift
Stopfen
Druckschraube

Grundformen der Köpfe und Ansätze

Schaft
Zylinder
Halbrund
Flachrund
Linsen
Senk
Linsensenk
Kegelsenk
Bund

Enden a) unbelastet

Kegelansatz
Linsenkuppe
Kernansatz
Splintzapfen

Bedienungsformen zum Drehen

Rändel
Flügel
Knebel
Loch
Schlitz
Öse
Vierkant
Sechskant doppelseitig

Halteformen gegen Drehen

V-Schlitz
Hammer
Vierkant
Sechskant
Spitznase
Kerb
Pratze

b) belastet (Druckschrauben)

Zapfen
Kegelzapfen
Spitze
Ansatzspitze

Sechskantmuttern

Sechskant
einfasig
Flache Mutter (~0,7d; ~0,5d)
Bund
Kronen
Überwurf

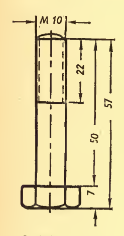
Beispiele

Gewindestift mit Spitze
Schaftschraube mit Zapfen
Gewindestift mit Vierkantansatz und Ringschneide
Rändelschraube mit Ansatzspitze
Vierkantschraube mit Zapfen
Flachrundschraube mit Hammeransatz
Vierkant holzschraube
Sechskantschraube mit Gewinde bis Kopf
Sechskantschraube mit Rille

Benennung verschiedener Schraubenarten
Abb. 208

Wiedergegeben mit Genehmigung des Deutschen Normenausschusses, Normblatt DIN 918, Blatt 1—3. Beuth-Vertrieb, G.m.b.H., Berlin SW 68

Benennung zu erreichen, sind die verschiedenen Schraubenarten genormt worden (DIN 918, Bl. 1—3). Einen Auszug dieser DIN-Blätter sehen Sie in der nachstehenden Tabelle (Abb. 208). (Aus: Einführung in die DIN-Normen, herausgegeben von Zimmermann-Böddrich, 7. Aufl., 1939, S. 120.)



Sechskantschraube
Abb. 209

Die Benennung der Schrauben erfolgt nach der Ausführungsform, nicht nach dem Verwendungszweck, z. B. Sechskantschraube, nicht aber Druck- oder Stellschraube.

Auf einer Reihe weiterer DIN-Blätter finden wir die Einzelabmessungen aller üblichen Schrauben. So behandelt z. B. DIN 931 blanke Sechskantschrauben mit metrischem Gewinde für eine Mutter, DIN 932 die gleichen Schrauben mit einer Gewindelänge für 2 Muttern, DIN 601 rohe Sechskantschrauben, DIN 478 metrische Vierkantschrauben mit Bund, DIN 314 Flügelschrauben mit Whitworthgewinde, DIN 934 blanke Sechskantmuttern.

Blanke Schrauben werden aus gezogenem Material hergestellt und haben genauere Abmessungen als rohe Schrauben. Letztere werden im Gesenk geschmiedet; das Gewinde wird auf Automaten eingeschnitten.

Finden wir in einer Stückliste die Angabe:

Sechskantschraube M 10 × 50 DIN 931 St 37·12 z,

so ist dies eine Sechskantschraube mit metrischem Gewinde von 10 mm Außendurchmesser und 50 mm langem Schaft (Abb. 209). Aus DIN 931 geht hervor, daß das Gewinde 22 mm lang ist. St 37·12 z besagt, daß die Schraube aus blank gezogenem Stahl von 37 kg Zugfestigkeit gemäß DIN 1612 besteht.

Im allgemeinen werden Schrauben fertig im Handel bezogen. Normgerechte Bezeichnung nach obigem Beispiel ist erforderlich, um die richtigen Schrauben zu bekommen.

Die weitaus am meisten gebrauchte Schraube ist die Sechskantschraube. Da sie sehr oft in Verbindung mit anderen Bauteilen gezeichnet werden muß, wollen wir alle Ansichten einer solchen Schraube in normgerechter Darstellung betrachten. Als Beispiel diene eine Schraube M 12, die in Abb. 210 im Maßstab 1 : 1 dargestellt ist.

Wir zeichnen zunächst den Grundriß. Der Außendurchmesser des Bolzens ist 12 mm. Der Kerndurchmesser (gestrichelter Kreis) ist laut Technischen Tabellen S. 19 ≈ 9,6 mm. Um die sechseckige Form des Kopfes richtig darzustellen, zeichnen wir als Hilfskreis den umschriebenen Kreis. Auf diesem Kreise bewegen sich beim Anziehen der Schraube die Ecken des Kopfes. Der Durchmesser dieses umschriebenen Kreises, das sogenannte Eckenmaß (e) oder der Spitzkant, hängt von der Schlüsselweite ab. Das Eckenmaß e ist bei einem Sechskant immer $1{,}155 \cdot s$ (vgl. Techn. Tabellen S. 18). s ist die Schlüsselweite. In der Tabelle S. 19 finden wir, daß zu einer Schraube M 12 eine Schlüsselweite von 22 mm gehört. Demnach ist $e = 1{,}155 \cdot 22 \approx 25$ mm, das ist angenähert gleich dem doppelten Gewindedurchmesser. Mit dem Halbmesser $\frac{25}{2}$ teilen wir den umschriebenen Kreis in 6 gleiche Teile ein. So können wir das Sechseck leicht zeichnen.

Aus dem Grundriß ergeben sich ohne weiteres die Abstände $\frac{e}{2}$ bzw. $\frac{e}{4}$ im Aufriß. Die mittlere Sechskantfläche erscheint uns in dieser Ansicht in wahrer Größe; die beiden äußeren Sechskantflächen erscheinen uns dagegen verkürzt, da sie schräg zur Blickrichtung von vorn stehen.

Darstellung eines Sechskant-Schraubenkopfes
Abb. 210

Aus der Praxis wissen Sie, daß der Schraubenkopf am äußeren Ende nicht scharfkantig ist. Die Kanten sind gebrochen, man sagt auch abgefast (Abb. 211). Hierdurch entstehen an den Sechskantflächen Durchdringungskurven (ähnlich wie an einem sechskantigen Bleistift beim kegelförmigen Anspitzen mittels eines Bleistiftspitzers). Diese Durchdringungskurven

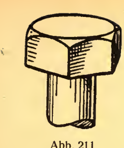


Abb. 211

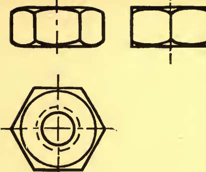
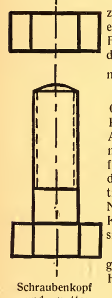


Abb. 212 Sechskantmutter

zeichnet man der Einfachheit halber als Kreisbögen (Abb. 210). Den Halbmesser des mittleren Kreisbogens wählt man zu $\frac{3}{4}$ *e*. Die Halbmesser *r* für die beiden äußeren Kurven findet man, indem man den mittleren Kreisbogen bis zur äußersten Kante verlängert. Der Abstand des Schnittpunktes *Y* von der unteren Kopffläche *A* ist dann das Maß für den Halbmesser *r*. Blicken wir von unten gegen den Schraubenkopf, so sehen wir die Untersicht.



Schraubenkopf und -mutter in vereinfachter Darstellung Abb. 213

In der Seitenansicht sehen wir vom Sechskant nur zwei Flächen. Sie stehen schräg zur Blickrichtung, erscheinen also verkürzt. Die Gesamtbreite beider Flächen ist gleich der Schlüsselweite *s*. Die Durchdringungskurven werden als Kreisbögen mit dem Halbmesser $\frac{e}{2}$ gezeichnet.

Wie schon im vorigen Abschnitt erwähnt, ist das Gewindeende mit einem Ansatz versehen. In der Regel ist dieser Ansatz kuppenförmig (Linsenkuppe). Als Halbmesser der Kuppe nimmt man den Durchmesser *d* des Gewindes. Bei der Eintragung des Maßes für die Schaft- und Gewindelänge bleibt die Höhe der Kuppe unberücksichtigt, weil sich auf ihr keine tragenden Gewindegänge befinden (siehe Abb. 209). Nur bei Selbstanfertigung von Schrauben müßte die Kuppenhöhe beim Gesamtmaß der Schraube berücksichtigt werden.

In Abb. 212 sehen wir eine Sechskantmutter dargestellt. Die Abfasungskurven werden mit denselben Halbmessern gezeichnet wie bei der Sechskantschraube.

Mitunter findet man auch in Zeichnungen, auf denen viele Schrauben dargestellt sind, Schrauben und Muttern vereinfacht ohne die Abfasungskurven dargestellt, um Zeichenarbeit zu ersparen (Abb. 213).

Jedoch sind die Schrauben leichter als solche zu erkennen, wenn die Abfasungskurven mitgezeichnet werden.

Um eine einzelne Schraube eindeutig darzustellen, genügt die Vorderansicht. Die übrigen in Abb. 210 entwickelten Ansichten kommen sehr oft in Gesamtdarstellungen von Maschinen, Vorrichtungen usw. vor.

Übungsaufgaben

23) Zeichnen Sie eine Sechskantschraube M 30 in Aufriß, Grundriß und Seitenriß! Gewindelänge 48 mm, Schlüsselweite (siehe Technische Tabellen S. 19) 46 mm.

24) In den drei Ansichten der in Abb. 214 dargestellten $^7/_8$″-Schraube sind mehrere Fehler. Zeichnen Sie die richtigen Ansichten!

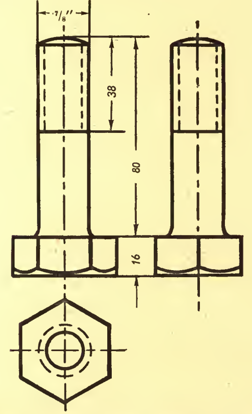


Abb. 214 Sechskantschraube, fehlerhafte Darstellung

In Abb. 215 sehen wir zwei Bleche miteinander verschraubt. Die Schaftlänge richtet sich nach der Gesamtstärke der zu verbindenden Bauteile. In DIN 931[1] finden wir die üblichen Schaftlängen von Sechskantschrauben M 12 angegeben. Danach wählen wir eine Schaftlänge von 45 mm. Die Durchgangslöcher sind für eine Schraube M 12 nach DIN 69 14 mm weit zu bohren.

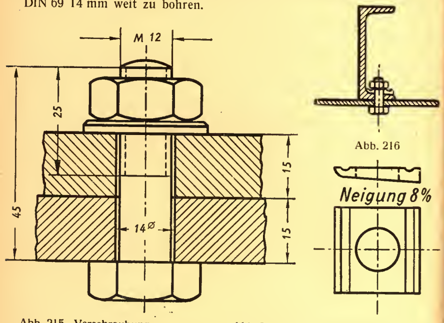


Abb. 215 Verschraubung

Abb. 216

Abb. 217 Unterlegscheibe für [-Stahl

Die Unterlegscheibe soll verhüten, daß durch das Anziehen der Mutter das Blech beschädigt wird. Unterlegscheiben sind genormt. Lesen wir in einer Stückliste

Scheibe 14,5 DIN 125 St 38.13,

so sagt uns diese Angabe, daß die Unterlegscheibe einen Lochdurchmesser von 14,5 mm hat und aus St 38.13 hergestellt ist. Die übrigen Abmessungen gehen aus DIN 125 hervor. In der Zeichnung brauchen die Maße der Unterlegscheibe wie auch der Mutter nicht eigens angegeben zu werden. Sie ergeben sich durch die Normung zwangsläufig und werden aus den DIN-Blättern entnommen. Aus dem gleichen Grunde werden Unterlegscheiben und Muttern gewöhnlich in Ansicht gezeichnet. Es erübrigt sich auch, das Gewinde in der Ansicht gestrichelt einzutragen.

[1] DIN 931 bedeutet: DIN-Blatt Nr. 931.

Ist ein Profileisen zu verschrauben (Abb. 216), so werden Unterlegscheiben verwendet, deren untere Fläche entsprechend der Form des Profileisenflansches abgeschrägt ist (Abb. 217). Die Mutter hat dann eine gerade Auflagefläche. Solche Scheiben sind in DIN 434 für U-Träger und in DIN 435 für I-Träger genormt.

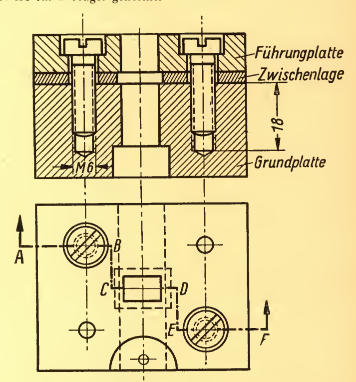


Abb. 218 Schnittvorrichtung

Die Führungsplatte der Schnittvorrichtung (Abb. 218) ist mit der Grundplatte durch Zylinderschrauben verbunden. Das Muttergewinde in der Grundplatte entsteht auf folgende Weise: Wir bohren zunächst mit einem Spiralbohrer (Abb. 220) ein Loch, dessen Durchmesser gleich dem Kerndurchmesser des Gewindes ist (nach Technischen Tabellen S. 19 4,7 mm ⌀). Am Ende des Sackloches entsteht entsprechend der Bohrerspitze ein Kegel (Abb. 219). Der Spitzenwinkel α eines Spiralbohrers ist 116°, ∢ β ist also 32°. Der Einfachheit halber zeichnet man die Kegelspitze immer unter 120°. Konstruiert man auf dem Reißbrett, so läßt sich ∢ β leicht mit dem 30°-Winkel zeichnen. In das Loch schneidet man mit dem Gewindebohrer (Abb. 221) das Gewinde ein.

Die unteren Gänge werden nicht voll ausgeschnitten, sie tragen also nicht. Das Gewindeloch muß daher immer um einige Millimeter tiefer angefertigt werden, als das Gewinde des Schraubenbolzens reichen soll (siehe Abb. 218 Maß 18 und 13). So weit die Schraube in das Gewindeloch hineinragt, verdeckt sie das Muttergewinde. Achten Sie daher darauf, daß unterhalb des Bolzengewindes noch einige Gänge Muttergewinde dargestellt werden müssen!

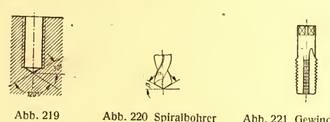


Abb. 219 Abb. 220 Spiralbohrer Abb. 221 Gewindebohrer

Schraubenschlitze werden in der Draufsicht (siehe Abb. 218) immer schräg unter 45° gezeichnet, um sie deutlicher hervortreten zu lassen.

Wird sowohl das Bolzengewinde als auch das Muttergewinde im Schnitt dargestellt (Abb. 222), so wird, so weit sich beide überdecken, das Bolzengewinde allein dargestellt. Das Muttergewinde erscheint nur so weit, wie es nicht vom Bolzengewinde verdeckt ist. Das Maß R 4″

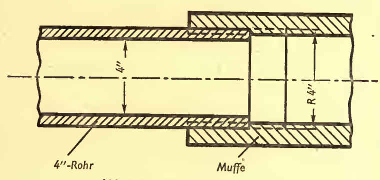


Abb. 222 Rohrgewinde im Schnitt

besagt, daß das Gewinde ein Whitworth-Rohrgewinde ist. Abweichend von den übrigen Gewindearten bezieht sich beim Rohrgewinde die Maßzahl nicht auf den Außendurchmesser des Gewindes, sondern auf den lichten Rohrdurchmesser (vgl. Technische Tabellen S. 18 DIN 302). R 4″ bedeutet also: Whitworth-Rohrgewinde für ein Rohr von 4″ lichter Weite. Nach DIN 259 ist der äußere Gewindedurchmesser des Rohrgewindes R 4″ 113,0 mm, der Kerndurchmesser 110,1 mm, die Gewindesteigung $^{1}/_{11}$″, d. h. 11 Gänge auf 1″.

Auf andere Gewindearten, wie Trapezgewinde usw., sowie Schraubensicherungen kommen wir im Zusammenhang mit späteren Aufgaben noch zurück.

Übungsaufgaben

25) Zeichnen Sie zu der in Abb. 223 dargestellten Verschlußplatte den Schnitt *A—B*! (Alle drei Bohrungen sind durchgehend.)

26) Die Spannvorrichtung (Abb. 224) ist an den durch Mittellinien gekennzeichneten Stellen durch Stiftschrauben mit Unterlegscheibe und Mutter (Abb. 224a) zu verbinden. Zeichnen Sie die Verbindung mit Maßen! Der Aufriß ist im Schnitt, der Grundriß in Ansicht zu zeichnen.

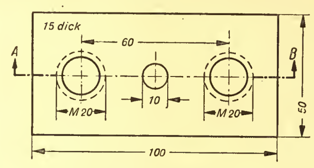


Abb. 223 Verschlußplatte

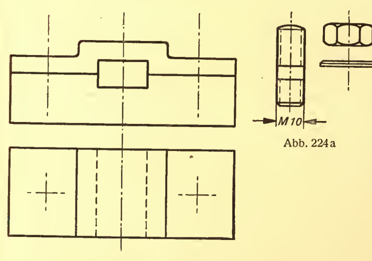


Abb. 224a

Abb. 224 Spannvorrichtung

Oberflächenzeichen

Zwei Arbeitskameraden sollen je einen Bolzen nach Abb. 225 herstellen. Aus der Skizze erkennen sie die Form der Bolzen. Durch die Maße sind Länge und Stärke der Bolzen festgelegt. Können die beiden Arbeiter nun an die Arbeit gehen? Nein, denn sie müssen vor allem erst einmal wissen, aus welchem Werkstoff die Bolzen hergestellt werden sollen. Nehmen wir an, die Bolzen sollen aus einem vorhandenen 50 mm starken Reststück Rundstahl St 42.11[1] gedreht werden. Beide Kameraden haben also den gleichen Werkstoff. Werden sie dem Meister auch zwei genau gleiche Bolzen abliefern? Sicher nicht! An dem einen Bolzen sind vielleicht die vom Drehen herrührenden Riefen deutlich zu sehen und zu fühlen, der andere Bolzen sieht spiegelblank aus. Welcher von beiden ist nun richtig bearbeitet? Diese Frage läßt sich nur beantworten, wenn man den Verwendungszweck des Bolzens kennt. Soll er z. B. zur Führung anderer Teile dienen, so ist der zweite Bolzen geeignet. Soll er aber noch mit weiteren Ansätzen versehen werden, so sind übermäßige Glätte und Sauberkeit der Oberfläche ein unnützer Aufwand an Kosten und Zeit. Es ist daher erforderlich, daß eine Skizze oder Zeichnung außer den Maßen auch Angaben über die Beschaffenheit der Oberfläche enthält. Die Art dieser Angaben ist durch DIN 140 genormt.

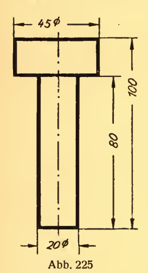


Abb. 225

Sollen Oberflächen von Werkstücken roh, d. h. unbearbeitet, bleiben, wie sie sich durch Schmieden, Walzen, Pressen, Gießen usw. ergeben, so erhält die Oberfläche keine weitere Kennzeichnung (siehe Abb. 226a).

rohbleibende Oberfläche a

glatte Oberfläche b

geschruppte Oberfläche c

geschlichtete Oberfläche d

feingeschlichtete Oberfläche e

Abb. 226

Findet man in einer Zeichnung das Ungefähr-Zeichen (Abb. 226b), so weist es den Arbeiter darauf hin, daß die Oberfläche besonders sorgfältig durch Schmieden, Gießen usw. hergestellt werden soll.

[1] St 42.11 heißt: Stahl mit einer Festigkeit von 42 kg je mm² Querschnittfläche. Die Zahl 11 weist auf das DIN-Blatt 1611 hin, auf dem weitere genormte Stähle aufgeführt sind (vgl. Techn. Tabellen S. 27).

Etwaige Mängel sollen sich durch einfaches Überarbeiten, z. B. Abmeißeln, Abfeilen, Abschleifen, beseitigen lassen.

Wird ein Werkstück durch spanabhebende Werkzeuge z. B. auf der Drehbank, Hobel- oder Fräsmaschine bearbeitet, so kann die Oberflächenbeschaffenheit verschieden fein sein. Z. B. braucht die Sohlfläche eines Lagers nur so gefräst zu werden, daß sie auf ihrer Unterlage fest aufliegt. Die durch das Fräsen entstehenden Riefen dürfen fühlbar und mit bloßem Auge sichtbar sein. Eine solche Bearbeitung bezeichnen wir als Schruppen. In der Zeichnung wird diese Oberflächengüte durch ein Dreieck (Abb. 226c) angedeutet.

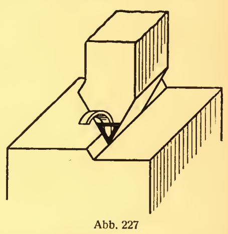


Abb. 227

Verlangen wir ein sauberes Aussehen der Oberfläche, wie z. B. an den Stirnflächen von Wellen, so muß die Oberfläche nach dem Schruppen mit einem zweiten Werkzeug durch Schlichten bearbeitet werden. Die Riefen dürfen nur noch eben mit bloßem Auge sichtbar sein. In der Zeichnung wird diese Oberflächengüte durch zwei Dreiecke gekennzeichnet (Abb. 226d).

Eine Zylinderbohrung muß eine noch höhere Oberflächengüte aufweisen. Riefen dürfen mit dem bloßen Auge überhaupt nicht mehr sichtbar sein. Die Oberfläche muß durch ein- oder mehrmaliges Feinschlichten bearbeitet werden. In der Zeichnung werden solche Flächen mit drei Dreiecken (Abb. 226e) versehen.

Die Oberflächenzeichen 226c bis 226e sind als gleichseitige Dreiecke auszuführen. Diese Dreiecke müssen mit ihrer Spitze die zu bearbeitende Fläche berühren. Das ist leicht zu merken. Wir stellen uns unter dem Dreieck die Spitze eines spanabhebenden Werkzeuges, etwa eines Hobelstahls (Abb. 227), vor. Die Dreiecke werden je nach Größe der Zeichnung 3—5 mm hoch gezeichnet. Sind zwei bzw. drei Dreiecke nach Abb. 226d oder e einzutragen, so ist darauf zu achten, daß sie sich gegenseitig berühren; sonst könnten sie mit einzelnen Dreiecken nach Abb. 226c ver-



Abb. 228

wechselt werden. Das Ungefähr-Zeichen muß liegend die Oberfläche berühren. Eintragungen von Oberflächenzeichen nach Abb. 228 sind falsch.

Die Oberflächenzeichen werden immer möglichst in der Nähe der Maße angebracht, um das Lesen der Zeichnung zu erleichtern. Ist ein Bauteil in mehreren Rissen dargestellt, so wird das Oberflächenzeichen möglichst nur in einem Riß eingetragen. In Zeichnungen von Drehteilen wird das Oberflächenzeichen nur an einer Mantellinie angegeben (Abb. 229). Bei Platzmangel kann das Oberflächenzeichen auf eine Verlängerungslinie oder Maßhilfslinie gesetzt werden (vgl. Zeichen beim Maß 45° in Abb. 229).

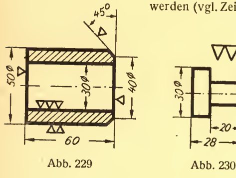


Abb. 229 Abb. 230

Soll ein Werkstück allseitig die gleiche Oberflächenbeschaffenheit erhalten, so kann das entsprechende Oberflächenzeichen etwas größer als sonst üblich neben das Bild gesetzt werden (Abb. 230).

Gewinde erhalten keine Oberflächenzeichen.

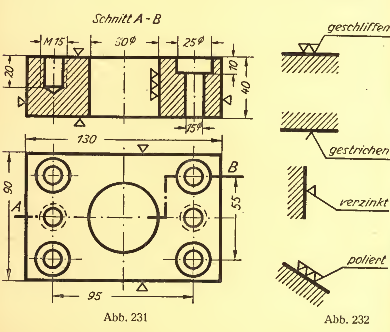


Abb. 231 Abb. 232

Ebenso wird bei Löchern, die aus dem vollen gebohrt oder gestanzt oder die gegossen werden, das Bearbeitungszeichen fortgelassen, wenn sie nicht noch weiter bearbeitet werden sollen, z. B. durch Feinschlichten, Reiben oder Schleifen (Abb. 231).

Die erläuterten Oberflächenzeichen geben nur die Art der Oberfläche an, aber nicht, wie die Bearbeitung erfolgen soll. Es läßt sich also aus dem Oberflächenzeichen nicht ersehen, ob die gekennzeichnete Fläche gedreht oder geschliffen, gefräst oder gehobelt oder gefeilt werden soll.

Sind noch weitere Bemerkungen zu einer Oberfläche eines Werkstückes erforderlich, so können sie durch Wortangabe erfolgen. Die Wortangabe wird immer waagerecht geschrieben, dann unterstrichen und mit dem Oberflächenzeichen oder durch einen Bezugshaken mit der Oberfläche verbunden (Abb. 232). Finden wir z. B. die Wortangabe „ausgeglüht", so heißt das: Das Werkstück soll ausgeglüht werden. Wie ausgeglüht wird, ob im offenen Feuer, im Muffelofen oder im Glühofen, bleibt der Werkstatt überlassen.

Zeichnerische Darstellung von Einzelteilen in einer Werkzeichnung

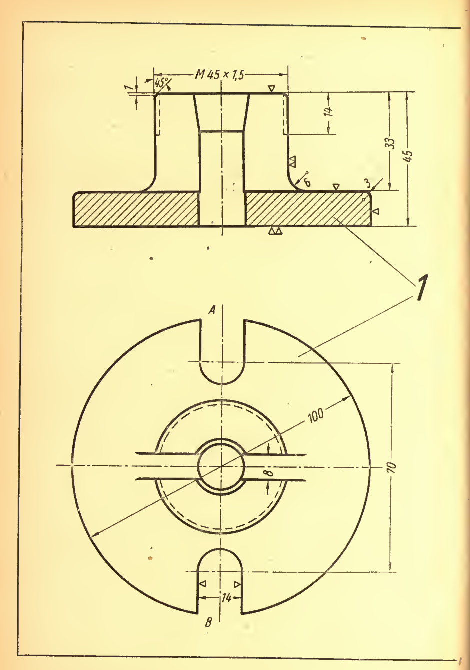
Muttern werden im allgemeinen als Massenartikel hergestellt. Der Arbeitsvorgang muß bei Massenherstellung möglichst kurz sein. Daher ist man bestrebt, alle Nebenarbeiten so weit wie möglich einzuschränken.

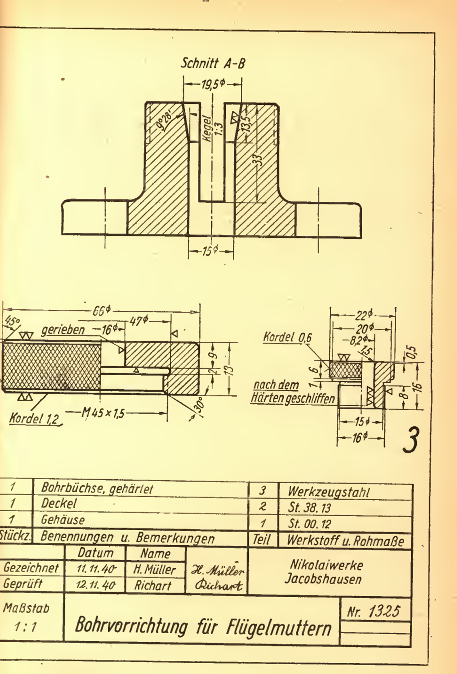
Sollen z. B. Flügelmuttern M 10 (Abb. 233) serienmäßig hergestellt werden, so ist es zu zeitraubend, die Bohrung für das Gewinde an jeder Mutter anzureißen. Mit Hilfe der in Abb. 234 dargestellten Bohrvorrichtung kann das Anreißen erspart werden.

Flügelmutter
Abb. 233

Das Gehäuse der Bohrvorrichtung wird auf den Tisch der Bohrmaschine aufgespannt. In der Mitte des Gehäuses befindet sich eine senkrechte Bohrung *a*, die von oben kegelig ausgedreht ist. Außerdem ist ein Schlitz *b* von oben bis zum Flansch des Gehäuses eingefräst. Die kegelige Ausdrehung und der Schlitz nehmen die Flügelmutter auf, wie Abb. 234 zeigt. Mit Hilfe eines Deckels, der auf das Gehäuse aufgeschraubt werden kann, wird die Flügelmutter festgespannt. In der Mitte des Deckels befindet sich eine Bohrbuchse aus gehärtetem Werkzeugstahl. Durch diese Buchse wird der Bohrer eingeführt, so daß nunmehr die Flügelmutter, ohne vorher angerissen zu sein, genau zentrisch gebohrt werden kann.

Wir wollen nun die Bohrvorrichtung zeichnerisch so darstellen, wie dies für die Fertigung erforderlich ist. Man nennt solche Zeichnungen


M 45 × 1,5
45°
1
14
33
45
6
3
1
A
100
8
70
14
B



Schnitt A-B
19,5ϕ
9°28'
Kegel 1:3
13,5
33
15ϕ
66ϕ
45°
gerieben
16ϕ
47ϕ
9
2
13
30°
Kordel 1,2
M 45 x 1,5
Kordel 0,6
nach dem Härten geschliffen
22ϕ
20ϕ
8,2ϕ
1,5
0,5
6
1
8
16
15ϕ
16ϕ
2
3
1
Bohrbüchse, gehärtet
3
Werkzeugstahl
1
Deckel
2
St. 38.13
1
Gehäuse
1
St. 00.12
Stückz.
Benennungen u. Bemerkungen
Teil
Werkstoff u. Rohmaße
Datum
Name
Gezeichnet
11.11.40
H. Müller
H. Müller
Geprüft
12.11.40
Richart
Richart
Nikolaiwerke Jacobshausen
Maßstab 1:1
Bohrvorrichtung für Flügelmuttern
Nr. 1325

Werkzeichnungen. Passungen und Toleranzen wollen wir der Einfachheit halber außer acht lassen. Wir werden erst in späteren Abschnitten darauf zu sprechen kommen.

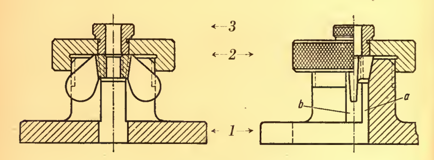


Abb. 234 Bohrvorrichtung

Zweckmäßig wird man im vorliegenden Falle die Werkzeichnung im Maßstab 1 : 1 anfertigen. Wir wählen hierzu das DIN-Format A 3 (297 × 420). Bei der Anordnung der einzelnen Risse ist darauf zu achten, daß das Blatt gleichmäßig ausgefüllt wird. Die Risse dürfen nicht einerseits zusammengedrängt sein, während andere Flächen des Zeichenblattes leer bleiben.

Die Zeichnung wird mit einer Stückliste versehen. Diese ist in der unteren rechten Ecke anzubringen. In der Stückliste ist alles zu vereinigen, was an allgemeinen Vermerken zur Zeichnung gehört. Besonders ist die Spalte ,,Werkstoff" zu beachten. Soweit der Werkstoff genormt ist, werden die genormten Markenbezeichnungen verwendet. Die einzelnen Felder der Stückliste sowie ihre Anordnung sind genormt. Die Teilnummern (früher Positionen genannt) werden von unten nach oben aufgeführt, um die Stückliste bei Bedarf erweitern zu können. Alle Eintragungen in der Stückliste sind in Normschrift vorzunehmen, ausgenommen die Unterschriften.

Auf Seite 168 und Seite 169 finden Sie eine verkleinerte Wiedergabe der im Maßstab 1 : 1 gefertigten Werkzeichnung unserer Bohrvorrichtung. Der Maßstab für die Verkleinerung ist 1 : 1,2. Aus dieser Abbildung ersehen Sie die Art und Weise, wie eine solche Werkzeichnung angefertigt wird. Sie muß alle zu fertigenden Einzelteile so dargestellt enthalten, daß diese nach der Zeichnung hergestellt werden können.

Der Zusammenbau der Vorrichtung erfolgt nach einer Übersichtzeichnung, auf der sich die Gesamtdarstellung der Vorrichtung (wie in Abb. 234) befindet.

Normschrift

Die in Normschrift gezeichneten, d. h. langsam und sehr sorgfältig geschriebenen Ziffern sehen so aus:

1234567890 3 4 8 1

Ihre Höhe als Maßzahl richtet sich nach der Zeichnung und wird etwa zwischen 3 und 5 mm schwanken. Zum Üben wählen Sie das Maß zunächst größer. Die Zahlen in solcher Größe können Sie anfangs mit einer Kugelspitzfeder und Tinte, Tusche oder Scribtol schreiben. Haben Sie solches Gerät nicht zur Verfügung, so tut es einstweilen auch ein Bleistift 2 oder HB. Alle Ziffern sind gleich breit, nur die 1 macht eine Ausnahme. Die Normschrift wird mit 75° Neigung geschrieben. Solange man die Normschrift nicht sicher beherrscht, gibt man sich die Richtung mit Hilfslinien an, die man durch Zusammenlegen der Zeichendreiecke erhält (Abb. 235). Sind keine Dreiecke verfügbar, dann schätzt man die Richtung, man muß aber darauf achten, daß die gewählte Richtung beibehalten wird.

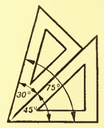


Abb. 235

Die Normschrift ist nach langen Überlegungen und Versuchen von Fachleuten als einfachste und deutlichste Schrift eingeführt worden. Machen Sie es sich daher zum Grundsatz, auch nicht die geringste Kleinigkeit zu ändern! Glauben Sie nicht, daß Ihre Schrift durch Anhängen von Schnörkeln schöner oder gar besser würde! Um die kleinen Buchstaben zu schreiben, ziehen Sie sich vier Linien, von denen zwei die gewählte Höhe der Buchstaben angeben sollen, eine darüber, die die Oberlänge angibt, und eine darunter, die die Unterlänge angibt. Ober- und Unterlänge sind gleich hoch und immer halb so hoch wie die gewählte Buchstabenhöhe. Für die ersten Übungen wählen Sie die Buchstabenhöhe zu 3—4 mm. Wir schreiben Ihnen das Alphabet vor. Sie können daraus unmittelbar ersehen, wie die Buchstaben aussehen müssen und auf welche Richtungen besonders zu achten ist.

Oberlänge
Schrifthöhe abcdefghiklmnopqrstuvwxyz
Unterlänge

oabdpqg ces

Achten Sie darauf, daß alle Buchstaben, die aus *o* entstanden sind, gleich breit werden! Ebenso müssen *u*, *n* und *h* gleich breit werden, ferner *v*, *x*, *y*, *z*.

Wir schreiben auch das große Alphabet vor, damit Sie alle Buchstaben und ihre besonderen Merkmale genau sehen.

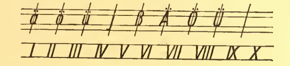
ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

Die Schrifthöhe ergibt sich aus der für die kleinen Buchstaben gewählten Höhe.

Von den vier Hilfslinien, die wir zum Schreiben der kleinen Buchstaben zogen, sind hier nur zwei notwendig, da alle großen Buchstaben die gleiche Höhe haben.

Es ist ebenfalls darauf zu achten, daß die Schreibrichtung von 75° eingehalten und die Buchstabenbreite gleichmäßig wird.

Wir wollen nun die Schreibart der Umlaute und der Buchstaben *j* und *ß* sowie die römischen Ziffern kennenlernen. Auch für diese gilt das bereits Gesagte über Größe, Schreibrichtung usw.



Jetzt schreiben Sie einmal Wörter! Sie wissen, daß fast alle Buchstaben gleich breit zu schreiben sind. Achten Sie darauf, daß die Abstände innerhalb eines Wortes kleiner sein müssen als die Abstände der Wörter untereinander, damit die Wörter klar hervortreten. Die Abstände innerhalb eines Wortes müssen so gewählt werden, daß die Flächen zwischen den einzelnen Buchstaben dem Auge gleichmäßig erscheinen.

Beispiel:

falsch	richtig
i tt r iß	itt riß
ni cht vers chwei ßt	nicht verschweißt

Und nun üben Sie!

Soldatenbriefe zur Berufsförderung Großdeutschland
technisches Skizzieren und Zeichnen usw.

Gute Meßwerkzeuge sind die Grundlage
für jede Fertigung

Deutsch

„Da wundere ich mich!“ So wird mancher sagen, der in „Weg zur Ingenieurschule“ Abhandlungen über die deutsche Sprache trifft. Viele sind so sehr auf die technische Seite des Buches eingestellt, daß sie übersehen, daß unsere Muttersprache der Mittler auch des technischen Gedankengutes ist, das hier an Sie herangetragen wird.

Vielleicht werden Sie auch meinen, daß Sie die deutsche Sprache einwandfrei sprechen, lesen und schreiben können und daß Sie sich dieses Rüstzeug schon vor vielen Jahren erworben haben. Haben Sie aber noch nie eine Unsicherheit empfunden bei einer Wort- oder Satzbildung, oder hat Sie noch nie ein winziges Satzzeichen oder eine Frage der Rechtschreibung in Verlegenheit gebracht?

Sie werden beim Durcharbeiten des Buches finden, daß die Darlegungen des Abschnittes „Deutsch“ sehr kurz gehalten sind und daß das Wesentliche in übersichtlicher Weise herausgestellt ist. Lassen Sie sich nicht durch die voreilige Meinung: „Das kenne ich längst!“ abhalten, auch diesem Ihre Aufmerksamkeit zuzuwenden. Sie werden sehr bald erkennen, daß durch Wort- und Satzbeispiele Ihr Sprachschatz erweitert und Ihre Gewandtheit im Ausdruck gefördert wird.

Dadurch werden Sie Ihre Muttersprache, diesen uralten Schatz unseres Volkes, schätzen und lieben lernen. Sie werden aber auch durch gute Sprache und gewandten Ausdruck Ihre Gedanken anderen Menschen überzeugend mitteilen können. Das ist für das Vorwärtskommen im Leben, besonders für einen Techniker und Ingenieur als Führer seiner Arbeitskameraden, eine unerläßliche Voraussetzung.

Sie unterstützen die Spracharbeit durch das Lesen guter Bücher. Als willkommenes Nachschlagewerk sei Ihnen die Beschaffung eines Handbuches der deutschen Sprache empfohlen. Das ist „Der Große Duden“[1], dessen Darstellungen als Grundlage der deutschen Schriftsprache anerkannt sind.

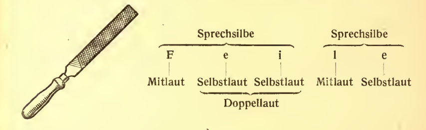
Und nun gehen Sie frisch ans Werk!

Laut und Silbe

Wenn wir mit unseren Mitmenschen sprechen oder wenn wir einen Brief schreiben oder wenn wir ein Buch lesen, so benutzen wir Wörter zur Übermittlung unseres Gedankengutes. Wir wollen einmal ein einzelnes Wort genauer betrachten. Wir wählen dazu das Wort „Feile“. Wir erkennen, daß wir beim langsamen Sprechen eines Wortes Sprechsilben

[1] „Der Große Duden“, I, Rechtschreibung der deutschen Sprache: 4,— RM.

erhalten, die wir weiter in Laute zerlegen können. Die Bezeichnung Laut gilt für die Bausteine des gesprochenen Wortes; die einzelnen Zeichen des gedruckten und geschriebenen Wortes nennen wir Buchstaben. Laut und Buchstabe sind also ein und dasselbe Sprachelement, die Benennungen unterscheiden sich nur nach der Wahrnehmbarkeit. Laute erzeugen wir durch das Sprechen, wir nehmen sie mit dem Gehör wahr.



Laute sind so alt wie die Sprache selbst. Buchstaben, die wir mit dem Auge wahrnehmen, sind entstanden, als das Bedürfnis auftrat, sich mit abwesenden Personen zu verständigen. Sie hören aus dem Namen Buchstabe noch das ursprüngliche Wort Buchenstab heraus, das uns die älteste Form des für Mitteilungen verwendeten Gerätes erhalten hat.

Wir unterscheiden Selbstlaute oder Klanglaute, die „lauten" oder klingen, und Mitlaute, die nur mit einem Selbstlaut zusammen lauten. Der Mitlaut „h" wird oft als Dehnungszeichen verwendet, er ist dann an dem Sprachbild des Wortes nicht beteiligt. Denken Sie z. B. an die Wörter: Stahlbohrer, Draht, Gehrung, Meßuhr u. a.

Die Selbstlaute können innerhalb eines Wortes an verschiedenen Stellen stehen. Steht ein Selbstlaut am Anfang eines Wortes, so nennen wir ihn Anlaut, im Wortinnern sprechen wir von einem Inlaut, und am Wortende nennen wir den Selbstlaut Auslaut. In dem Worte Ofen ist also das „o" ein Anlaut, „e" ein Inlaut, während in dem Worte Nabe das „e" als Auslaut verwendet wird.

Die Selbstlaute werden in drei Gruppen eingeteilt:

1) einfache Selbstlaute: a, e, i, o, u,
2) Doppellaute: au, eu, ei, ai,
3) Umlaute: ä, ö, ü, äu.

Alle übrigen Laute unserer Sprache nennen wir Mitlaute, sie werden nur mit einem Selbstlaut zusammen laut. Wir schreiben einmal die Mitlaute unseres Alphabets so auf, wie sie laut werden:

be, ce, de, ef, ge, ha, jot, ka, el, em, en, pe, qu, er, es, te, vau, we, ix, zet.

Sprechsilben — Sprachsilben — Silbentrennung

Wir haben bei der Zerlegung des Wortes Feile Sprechsilben und Laute kennengelernt. Wir wollen noch einige Wörter nach Sprechsilben aufteilen, z. B. Wan-dung, Ver-zah-nung, recht-wink-lig, ver-damp-fen, Hobel, Frä-ser. Diese Zerlegungen ergeben sich beim langsamen Sprechen der Wörter. Wir können die Wörter aber auch nach einer anderen Überlegung auftrennen. Wenn wir uns fragen, wie heißt der Grundbestandteil eines Wortes und welche weiteren Bestandteile sind zur Bildung des vorliegenden Wortes verwendet worden, so zerlegen wir ein Wort in Stamm- und Bildungssilben, über die noch in einem besonderen Zusammenhang zu sprechen ist. Stamm- und Bildungssilben bezeichnet man gemeinsam als Sprachsilben. Sprachsilben sind also die Silben, aus denen unsere Sprache aufgebaut ist, Sprechsilben hingegen ergeben sich beim langsamen Sprechen der Wörter. Wir zerlegen unsere oben verwendeten Beispiele in Sprachsilben: Wand-ung, Ver-zahn-ung, recht-winkl-ig, verdampf-en, Hob-el, Fräs-er.

Sie sehen aus dem Vergleich der beiden Beispielgruppen, daß Sprech- und Sprachsilben keineswegs immer übereinstimmen. Im allgemeinen zerlegen wir ein Wort in seine Sprechsilben beim Abteilen, d. h. wenn wir gezwungen sind, ein mehrsilbiges Wort über zwei Zeilen zu verteilen. Die Aufforderung: Zerlegen Sie Wörter in Sprechsilben, deckt sich also weitgehend mit der Aufgabe: Teilen Sie die Wörter ab! Wir wollen im folgenden die Grundregeln des Abteilens überblicken, während seltene Sonderfälle und Ausnahmen zu diesen Grundregeln übergangen werden sollen. Der „Duden" stellt die folgende Regel an den Anfang der Besprechung zur Silbentrennung:

„Mehrsilbige Wörter, die man über zwei Zeilen zu verteilen gezwungen ist, trennt man im allgemeinen nach Sprechsilben, d. h. so, wie sie sich beim langsamen Sprechen von selbst zerlegen, z. B. Dampfham-mer, Lo-ko-mo-ti-ve, Spin-del-stock, Erd-ge-schoß. Aus einzelnen Buchstaben bestehende Silben werden besser nicht abgetrennt."

Für einfache, d. h. nicht zusammengesetzte Wörter gilt, daß ein einzelner Mitlaut auf die folgende Zeile kommt. Es ist also zu trennen: Fei-le, Ho-bel, Ke-gel, Schmie-de, sie-den, Nu-te usw. Hierbei gelten ch, sch, ß, ph und th als einfache Laute, sie werden daher nicht getrennt. Wir teilen ab: Wei-che, Ma-schi-ne, schwei-ßen, Te-le-phon, Ma-the-ma-tik. Stehen im Wortinneren mehrere Mitlaute, so ist bei der Silbentrennung nur der letzte auf die folgende Zeile zu schreiben. Beispiele hierfür sind: Win-kel, Zan-ge, här-ten, fül-len, Scha-mot-te, Pres-se, Has-pel, schöpfen, schrump-fen, Wech-sel-rä-der, wet-zen, Städ-te. Das „ck" wird bei der Trennung in „k-k" verwandelt: Strek-ke, Blök-ke, Blei-bak-ken.

Eine Sonderstellung nimmt „st" ein. Es ist immer ungetrennt auf die nächste Zeile zu schreiben: Ki-ste, Ka-sten, Po-sten, Fen-ster. Auch in

dem Worte „sech-ste" kommt das st auf die nächste Zeile. Die Trennung im Worte Diens-tag ist keine Ausnahme zu der genannten Regel, denn Dienstag ist ein zusammengesetztes Hauptwort, s und t treffen hier nur durch die Wortzusammensetzung aufeinander. Zusammengesetzte Wörter sind nach ihren Bestandteilen zu trennen: Tür-angel, Kupol-ofen, Kachel-ofen, Druck-probe, Lauf-fläche, Punkt-schweißung sind hierfür einige Beispiele.

Die für einige Fremdwörter geltenden Sonderfälle der Silbentrennung bei bestimmten Lautverbindungen sind aus dem Regelwerk der fremden Sprache übernommen worden. Beispiele hierfür sind: Ma-gnet, Si-gnal, Hy-drant.

Übungsaufgabe

1) Teilen Sie die folgenden Wörter ab!
Stahlspäne, Sandstrahlgebläse, Teeröl, ölig, Gehrung, Scherfestigkeit, Öse, Schablone, Zentrum, Asphalt, Kröpfung, Nockenwelle.

Der Satz — die Satzabschlußzeichen

Wenn wir uns mit einem Kameraden unterhalten, so tauschen wir unsere Vorstellungen und Gedanken aus. Die sprachliche Form ist hierbei der Satz. Nur in Einzelfällen begnügen wir uns mit einem Wort. Wir betrachten die folgenden Satzbeispiele.

Haben Sie schon mit dem Entwurf begonnen? Ich habe erst die Berechnung beendet. Es wird aber höchste Zeit! Gewiß!

Der erste Satz unserer Beispiele leitet den Gedankenaustausch mit einer Frage ein. In der schriftlichen Darstellung machen wir die Frage durch das Fragezeichen kenntlich. Die Antwort ist in unserem Falle eine Aussage. An das Ende eines Aussagesatzes schreiben wir lediglich einen Punkt. Spricht der Satz einen Ausruf oder einen Befehl oder einen Wunsch aus, wie das im dritten Satz unserer Beispiele geschieht, so schreiben wir als Satzabschluß ein Ausrufezeichen. Auch das letzte Beispiel, dieser „Ein-Wort-Satz", erhält im Schriftbild das Ausrufezeichen, um die Zusicherung hervorzuheben, die im gesprochenen Wort durch den Tonfall und das Klangbild eines Wortes oder eines Satzes zum Ausdruck kommt.

Wir stellen die Satzabschlußzeichen zusammen.

Nach Aussagesätzen (Behauptungen, Erzählungen) steht ein Punkt.

Ich fräse das Gewinde. Ich zeichne den Grundriß. Ich warte auf den Meister.

Nach Ausrufen, Wunsch- und Befehlssätzen steht ein Ausrufezeichen.

Geben Sie acht! Ich wünsche das! Gehen Sie sofort an Ihre Arbeit!

Nach Fragesätzen steht ein Fragezeichen.

Wissen Sie das genau? Haben Sie meine Schublehre?

Übungsaufgabe

2) Setzen Sie an den Schluß der folgenden Sätze die Satzabschlußzeichen!
Der Stahl ist stumpf Ich breche die Kanten Faß zu Kann ich die Zeichnung haben Das geht nicht Wirst du nicht dieses Loch gleich mit bohren Aber nun Schluß

Die Wortarten

Wenn wir uns soeben mit dem Satz und den Satzabschlußzeichen beschäftigt haben, so werden Sie meinen, daß wir in unserer Arbeit rückwärts schreiten, wenn wir uns erneut mit den einzelnen Wörtern befassen. Wir werden aber bei der Betrachtung der Wortarten immer wieder ihre Stellung und Aufgabe im Sprachganzen, dem Satz, betonen.

Lassen Sie uns zunächst einmal an einem Satzbeispiel die verschiedenen Wortarten unserer Sprache unterscheiden. Wir wählen folgendes Beispiel:

Holen Sie sofort aus der Werkzeugausgabe ein größeres Spannherz und einen Schlichthaken!

Ohne Überlegung werden Sie die Hauptwörter oder Dingwörter aus diesem Satz herausfinden. Sie nehmen durch die Großschreibung eine Sonderstellung ein. Es sind die Wörter Werkzeugausgabe, Spannherz, Schlichthaken. Das Eigenschaftswort „groß", das in der Steigerungsstufe „größer" verwendet wird, werden Sie sicher auch erkennen. In unserem Beispiel sind ferner das bestimmte Geschlechtswort „der" und das unbestimmte Geschlechtswort „ein" vorhanden. Das unbestimmte Geschlechtsort können wir mit gleichem Recht als Zahlwort betrachten. Das Zeitwort „holen" wird mit dem persönlichen Fürwort „Sie" zusammen verwendet. Das Wörtchen „aus" ist ein Verhältniswort. Zum Schluß verbleiben in unserem Satz nur noch das Umstandswort „sofort" und das Bindewort „und".

Sicher ist Ihnen die eine oder die andere Benennung für die verschiedenen Wortarten nicht mehr gegenwärtig gewesen, vielleicht haben Sie auch andere Benennungen bisher verwendet. Um für unsere weitere Arbeit einheitliche Benennungen festzulegen, sind in der folgenden Übersicht noch einmal die verschiedenen Wortarten mit einigen Beispielen zusammengestellt. Wir unterscheiden:

1) Hauptwörter: Werkstatt, Amboß, Säge, Hammer . . .
2) Eigenschaftswörter: ölig, rostig, scharf, schnell . . .
3) Zeitwörter: hobeln, bohren, meißeln, polieren . . .

4) Zahlwörter: eins, zweifach, ein Drittel, viertens . . .
5) Fürwörter: ich, mein, jener, man . . .
6) Verhältniswörter: in, an, auf, mit . . .
7) Umstandswörter: hier, heute, sehr, bald . . .
8) Bindewörter: und, oder, auch, denn . . .
9) Ausrufewörter: hallo! he! au! oh!

Sie vermissen sicher in dieser Übersicht die Geschlechtswörter. Geschlechtswörter aber bilden keine besondere Wortart. Die bestimmten Geschlechtswörter — der, die, das — gehören zur Gruppe der Fürwörter. Wir werden sie später als abgeschwächte hinweisende Fürwörter bezeichnen. Die unbestimmten Geschlechtswörter — ein, eine, ein — haben wir oben schon als Zahlwörter erkannt.

Unsere Übersicht umfaßt somit 9 Wortarten. Die 5 ersten Wortarten werden im Satzzusammenhang entweder in der Grundform oder in einer Abwandlung zur Grundform verwendet. Diese Abwandlungen bezeichnet man als Biegung. Die Wortarten unter 6 bis 9 sind nicht biegungsfähig, man bezeichnet sie mit dem gemeinsamen Namen Füllwörter.

In den folgenden Abschnitten müssen wir uns nun mit den einzelnen Wortarten beschäftigen.

Übungsaufgabe

3) Bestimmen Sie die Wortarten in dem folgenden Satz! Die Temperatur in diesem elektrischen Härteofen beträgt augenblicklich achthundertzehn Grad.

Das Geschlecht der Hauptwörter

Hauptwörter sind Namen für Personen oder Bezeichnungen für Dinge unserer Umwelt und unserer Gedankenwelt. Hauptwörter werden mit großem Anfangsbuchstaben geschrieben, soweit sie nicht in der Bedeutung anderer Wortarten verwendet werden. Wie wir an späterer Stelle sehen werden, können umgekehrt auch andere Wörter als Hauptwörter verwendet werden. Immer können wir vor das Hauptwort ein Geschlechtswort setzen. Der Meister, der Ingenieur, die Fräsmaschine, die Glühlampe, das Auto, das Werkzeug, der Wirkungsgrad, der Verlust, das Härten, das Schmelzen usw. sind Beispiele der verschiedenen Arten der Hauptwörter aus der großen Fülle unserer Sprache.

In der deutschen Sprache unterscheiden wir drei verschiedene Geschlechtswörter entsprechend den drei verschiedenen sprachlichen Geschlechtern. Das sächliche Geschlecht der Sprache läßt in seiner Bezeichnung erkennen, daß dieser Gruppe in erster Linie die Sachen oder leblosen Dinge zuzuordnen sind, die von Natur geschlechtslos sind. Wir treffen das sächliche Geschlecht jedoch auch für Bezeichnungen, bei denen das Geschlecht nicht festgelegt werden soll: das Kind, das Tier, das Wild. Umgekehrt verwenden wir Bezeichnungen des natürlichen Geschlechtes in großer Zahl für Dinge, denen kein Geschlecht zuzu-

ordnen ist. Sie können die folgenden Beispiele beliebig aus Ihrem Erfahrungskreis erweitern: der Stahl, die Drehbank, die Straße, der Ofen und andere. Das Sprachempfinden des Volkes mag in vielen Fällen eine bewußte Anlehnung an das natürliche Geschlecht der Lebewesen befolgt haben, zumeist werden wir jedoch für die fehlende Übereinstimmung zwischen natürlichem und sprachlichem Geschlecht keine Erklärung geben können.

Wir merken uns: Das Geschlecht eines Hauptwortes erkennen wir durch das Vorsetzen des bestimmten oder des unbestimmten Geschlechtswortes. „Der, ein" bezeichnen das männliche, „die, eine" das weibliche, „das, ein" das sächliche Geschlecht. Wir finden im Duden Hinweise auf das Geschlecht eines Wortes mit den Abkürzungen *m.*, *w.*, *s.*

Wir besitzen in unserer Sprache Hauptwörter, die mit verschiedenem Geschlecht verwendet werden. Meist haben dann diese Wörter entsprechend dem verschiedenen Geschlecht auch eine verschiedene Bedeutung. Wir unterscheiden z. B. der Bund (einen Bund abdrehen) und das Bund im Sinne von Gebinde, der Bauer (der deutsche Bauer) und das Bauer (Vogelbauer), der Schild (Schutzwaffe) und das Schild (Lagerschild, Firmenschild). Sie werden weitere Beispiele aus Ihrem Erfahrungsschatz selbst ergänzen können. Verschiedenheiten des sprachlichen Geschlechts können jedoch auch landschaftlich bedingt sein. Der Duden sagt uns, daß die Längeneinheit Meter das Meter heißt. Das ist im Reichsdienst amtliche Schreibung. In Süddeutschland können Sie jedoch vielfach die Maßeinheit mit dem männlichen Geschlechtswort im Gebrauche finden, während das Regelbuch der Schweiz diese Schreibung amtlich festlegt. Wenn Sie mit Kameraden sprechen, so werden Sie oft auf solche verschiedene Verwendung der Geschlechtswörter stoßen, besonders dann, wenn diese Kameraden anderen Gauen unseres Großdeutschen Reiches angehören. Wir wollen in einer solchen Erscheinung keinen Mangel unserer deutschen Sprache sehen oder meinen, der Kamerad spreche ein fehlerhaftes Deutsch. Die Sprache ist ein lebendiger Körper. Als wertvolles und sorgsam zu hütendes Gut unterliegt sie einem ständigen geistigen Wandel. Sprachliche Neuschöpfungen des Volkes gehen in die Sprache ein, und laufend sinken Wörter aus dem Sprachgut ab. Wir wollen an geeigneter Stelle uns dieser Vorgänge erneut entsinnen.

Übungsaufgabe

4) Ordnen Sie die folgenden Hauptwörter unter Benutzung der gegebenen Aufstellung nach ihrem Geschlecht: Kran, Draht, Gas, Petroleum, Wachs, Talg, Teer, Soda, Eisen, Zinn, Ebene, Schrank, Datum, Skizze.

Aufstellung:

männlich	weiblich	sächlich
der, ein Mann der, ein Hammer	die, eine Frau die, eine Feile	das, ein Kind das, ein Werkzeug

Einzahl und Mehrzahl der Hauptwörter

Wir haben im letzten Abschnitt gesehen, daß die Hauptwörter drei verschiedenen Geschlechtern zugeordnet werden. Dabei wird der eine oder der andere von Ihnen an Hand der Übungsaufgabe festgestellt haben, daß es nicht immer sehr einfach ist, für Hauptwörter sogleich das richtige Geschlecht zu nennen. Das sind jedoch nicht die einzigen Schwierigkeiten, die uns diese Wortgruppe bereitet. Je nachdem, ob von einer oder mehreren Personen, von einer oder mehreren Sachen gesprochen wird, können die Hauptwörter in der Einzahl oder in der Mehrzahl auftreten. Das bestimmte Geschlechtswort für alle drei Geschlechter heißt dabei in der Mehrzahl immer „die". Die Mehrzahlbildung selbst geschieht auf verschiedene Weise:

das Büchlein — die Büchlein; das Rädchen — die Rädchen

Wir merken uns: Alle Hauptwöterr, die in der Einzahl mit den Verkleinerungssilben „chen" und „lein" endigen, werden in der Mehrzahl nicht verändert.

der Hobel — die Hobel   das Fenster — die Fenster
der Meister — die Meister   das Kabel — die Kabel

aber:

die Kugel — die Kugeln   die Leiter — die Leitern

Wir merken: Männliche und sächliche Hauptwörter mit den Endungen „er" und „el" werden in der Mehrzahl ebenfalls nicht verändert. Weibliche Hauptwörter auf „er" und „el" dagegen endigen in der Mehrzahl auf „n". Das geschieht wohl deshalb, weil sonst infolge der gleichlautenden Geschlechtswörter zwischen Einzahl und Mehrzahl kein Unterschied herauszuhören wäre. Einige Ausnahmen seien hier genannt: der Bauer — die Bauern; der Stachel — die Stacheln; der Vetter — die Vettern; der Pommer — die Pommern.

Bei sehr vielen Hauptwörtern wird die Mehrzahl durch Anhängen von e, er, en oder n gebildet.

das Erz — die Erze   das Brett — die Bretter
der Mensch — die Menschen   der Geselle — die Gesellen

Vielfach erscheint bei einer großen Anzahl von Wörtern in der Mehrzahl außer den soeben erwähnten Endungen der entsprechende Umlaut: ä, ö, ü, äu.

der Baum — die Bäume   der Gang — die Gänge
das Holz — die Hölzer   der Zug — die Züge
die Kraft — die Kräfte

Einige Hauptwörter werden oft fälschlicherweise in der Mehrzahl mit dem Umlaut gebildet. Solche Wörter sind: der Verlag, das Lager, der Wagen, der Kragen u. a. Richtig heißt die Mehrzahl dieser Wörter: die Verlage, die Lager, die Wagen, die Kragen.

Ein anderer Fehler bei der Bildung der Mehrzahl ist das Anhängen eines „s". Dies ist jedoch nur bei Fremdwörtern üblich: das Büro — die Büros, das Hotel — die Hotels, das Sofa — die Sofas.

Übungsaufgabe

5) Wie heißt die Mehrzahl folgender Wörter?
Der Hammer, die Zange, der Draht, das Lager, der Lohn, der Zirkel, das Häuschen, das Werkzeug, die Zahl, die Axt, der Löffel.

Die Biegung der Hauptwörter

Betrachten Sie einmal in den folgenden Beispielen die Veränderungen, die das Hauptwort „der Meister" erfährt:

Der Meister nimmt den Lehrling auf. Es ist Pflicht
des Meisters, den Lehrling gut auszubilden. Der Lehrling bringt
dem Meister die Zeichnung. Der Lehrling fragt
den Meister um Rat.

Diese vier Sätze zeigen uns, daß ein Hauptwort weiteren Veränderungen unterworfen sein kann. Es verändern sich einmal die Geschlechtswörter, daneben nimmt das Hauptwort selbst verschiedene Endungen an. Von diesen Veränderungen kennen wir im Deutschen vier Fälle, die in Einzahl und Mehrzahl und bei allen drei Geschlechtern auftreten können. Man nennt die Veränderungen Biegung, deren mangelhafte Beherrschung nur allzuoft Ursache für falsches Sprechen und Schreiben ist. Zum leichteren Verständnis der Biegung dient Ihnen folgende Übersicht:

Fall	Antwort auf die Frage	Einzahl	Mehrzahl
1) Werfall	Wer (oder was) nimmt auf?	der Meister	die Meister
2) Wesfall	Wessen Pflicht ist es?	des Meisters	der Meister
3) Wemfall	Wem bringt er die Zeichnung?	dem Meister	den Meistern
4) Wenfall	Wen fragt er um Rat?	den Meister	die Meister

Man unterscheidet je nach den Endungen, welche die Hauptwörter in den einzelnen Fällen annehmen, eine **schwache** und eine **starke Biegung**. Da manche Wörter eine Mittelstellung einnehmen, spricht man außerdem noch von einer **gemischten Biegung**. Die verschiedenen Arten der Biegung läßt die folgende Aufstellung erkennen.

	Schwache Biegung	Starke Biegung ohne Umlaut	Starke Biegung mit Umlaut	Gemischte Biegung
Männlich				
Einzahl:				
Werfall	der Magnet	der Rost	der Stab	der Bau
Wesfall	des Magneten	des Rostes	des Stabes	des Baues
Wemfall	dem Magneten	dem Roste	dem Stabe	dem Baue
Wenfall	den Magneten	den Rost	den Stab	den Bau
Mehrzahl:				
Werfall	die Magneten	die Roste	die Stäbe	die Bauten
Wesfall	der Magneten	der Roste	der Stäbe	der Bauten
Wemfall	den Magneten	den Rosten	den Stäben	den Bauten
Wenfall	die Magneten	die Roste	die Stäbe	die Bauten
Weiblich				
Einzahl:				
Werfall		die Erkenntnis	die Naht	die Rippe
Wesfall		der Erkenntnis	der Naht	der Rippe
Wemfall		der Erkenntnis	der Naht	der Rippe
Wenfall		die Erkenntnis	die Naht	die Rippe
Mehrzahl:				
Werfall		die Erkenntnisse	die Nähte	die Rippen
Wesfall		der Erkenntnisse	der Nähte	der Rippen
Wemfall		den Erkenntnissen	den Nähten	den Rippen
Wenfall		die Erkenntnisse	die Nähte	die Rippen
Sächlich				
Einzahl:				
Werfall		das Metall	das Haus	das Auge
Wesfall		des Metalles	des Hauses	des Auges
Wemfall		dem Metalle	dem Hause	dem Auge
Wenfall		das Metall	das Haus	das Auge
Mehrzahl:				
Werfall		die Metalle	die Häuser	die Augen
Wesfall		der Metalle	der Häuser	der Augen
Wemfall		den Metallen	den Häusern	den Augen
Wenfall		die Metalle	die Häuser	die Augen

Man spricht von einer schwachen Biegung, wenn in allen Fällen, mit Ausnahme des Werfalles in der Einzahl, die Endung „n“ bzw. „en“ erscheint (Beispiel: der Magnet).

Treten andere Endungen auf, dann handelt es sich um die starke Biegung (der Rost; der Stab, die Erkenntnis, die Naht, das Metall, das Haus).

Eine gemischte Biegung ist dann vorhanden, wenn die Wörter in der Einzahl stark, in der Mehrzahl schwach gebogen werden (der Bau, die Rippe, das Auge).

Eine schwache Biegung gibt es nur bei männlichen Hauptwörtern.

Der Umlaut kommt nur bei der starken Biegung vor.

Die Wörter weiblichen Geschlechts bleiben in der Einzahl unverändert.

Die Endung „e" im Wemfall der Einzahl fällt oft weg.

Übungsaufgaben

6) Biegen Sie folgende Hauptwörter!
Der Motor, das Feuer, der Amboß, die Zange, das Gewölbe, der Haken, das Modell, die Zahl, die Arbeit, das Gerüst.

7) Biegen Sie folgende Hauptwörter entsprechend ihrer zweifachen Bedeutung!
Mutter, Leiter, Mast, Schild, Tor, Stift.

Die Biegung der Eigennamen und Titel

Eigennamen sind alle Personennamen, ferner Völker-, Orts- und Ländernamen. Sie können, wie die übrigen Hauptwörter, ebenfalls in verschiedenen Fällen auftreten. Die Biegung der Eigennamen und Titel zeigt eine große Mannigfaltigkeit. Es ist zuweilen schwer, die richtige Biegung zu bilden. Das gilt in erster Linie für den Wesfall, der hier besonders behandelt werden soll. Die Beherrschung der Biegung ist besonders im Verkehr mit Vorgesetzten und Behörden sehr erwünscht. Hier sollen nur die häufigsten Formen der Biegung für Eigennamen und Titel durchgesprochen werden. Es ist dann leicht, andere, weniger häufige Biegungsformen danach richtig zu bilden.

Eine einfache Art der Biegung haben wir in folgenden Beispielen vor uns:

Borsigs Lokomotiven, Messerschmitts Kampfflugzeug,
Schwedens Erzlager, Hamburgs Hafen.

Wir können feststellen: Eigennamen ohne Geschlechtswort bilden den Wesfall durch Anhängen eines „s". Alle anderen Fälle erhalten keine Endung. Es heißt also:

Werfall: Borsig, der große Erfinder, besuchte die Weltausstellung.

Wesfall: Borsigs Lokomotiven haben Weltruf.

Wemfall: Dem führenden Lokomotivenbauer Borsig wurden große Aufträge erteilt.

Wenfall: Die Versammlung ehrte Borsig.

Wie ist es nun, wenn eine Person mit mehreren Namen genannt wird?

Die Leistungen Alfred Krupps, Auer von Welsbachs Glühlicht.

In diesen Fällen erhält nur der letzte Name das „s" des Wesfalls. Auch hier bleiben die Namen in den übrigen Fällen ohne Endung.

Schwierigkeiten treten auf, wenn die Eigennamen auf die Zischlaute s, z, x endigen: die Erfindung Philipp Reis'.

Das „s" des Wesfalles fällt jetzt weg, dies wird in der Schreibform durch das Auslassungszeichen angedeutet.

Oft wird in solchen Fällen der Wesfall mit „von" umschrieben:
die Erfindung von Philipp Reis.

Steht jedoch vor dem Personennamen das bestimmte oder unbestimmte Geschlechtswort oder ein Fürwort, so unterbleibt die Biegung:

die Heldentaten unseres Manfred von Richthofen,
das Leben und Schaffen eines Gottlieb Daimler,
die Berechnungen des berühmten Karl Friedrich Gauß.

Das letzte Beispiel läßt auch erkennen, daß der Name nicht gebogen wird, wenn ein Eigenschaftswort vorausgeht. Dies gilt aber nur für Personennamen. Geographische Namen behalten das Wesfall-s, auch wenn ein Geschlechtswort vorausgeht:

die Grenzen des heutigen Spaniens.

Bei Adelsnamen verfährt man wieder anders:

die Leistungen Werners von Siemens,
Werner von Siemens' Leistungen.

Es wird der Teil des Namens gebogen, der dem zugehörigen Grundwort am nächsten steht.

Beachten Sie die Biegung, wenn einem Namen noch ein Titel beigefügt wird: die Erfindung des Grafen Zeppelin,
Graf Zeppelins Erfindung.

Steht also vor dem Personennamen ein Titel mit Geschlechtswort, so wird der Titel gebogen; fehlt das Geschlechtswort, so wird der Name gebogen.

Zum Abschluß dieser Betrachtungen wollen wir noch verschiedene Möglichkeiten der Verbindung von Titeln und Personennamen und deren Biegung zusammenstellen. Die Nennung der verschiedenen Regeln lassen wir fort.

Die Entscheidung {
Direktor Webers,
des Direktors Weber,
des Herrn Direktor Weber,
des Aufsichtsratsvorsitzenden Direktor Weber,
des Herrn Aufsichtsratsvorsitzenden[1] Direktor Weber.

[1] Die Endung in dem Wort Aufsichtsratsvorsitzender ist keine Endung der Biegung, sondern eine Veränderung, die wegen des sprachlichen Wohlklanges erfolgt. Ähnlich werden behandelt: Abgeordneter, Beisitzender, Präsident.

Übungsaufgabe

8) Bilden Sie bei folgenden Beispielen den Wesfall!

München — neue Bauten; Baumeister Schinkel — Entwurf; die Rede — Dr. Goebbels; das Geburtshaus — Buchdrucker Gutenberg; eine Anordnung — Ministerpräsident Reichsmarschall Hermann Göring; Wilhelm Bauer — erstes Unterseeboot.

Lehn- und Fremdwörter

Die deutsche Sprache verfügt über einen außerordentlichen Wortschatz. Sie werden vielleicht erstaunt sein, zu erfahren, daß das deutsche Wortgut über 300 000 Wörter aufweist. Dieser Wortschatz ist teils aus alter indogermanischer Zeit vererbt, teils auf germanischem Boden geschaffen worden. Dazu treten verschiedene Neuschöpfungen von Wörtern, die sowohl durch das Volk als auch von unseren schaffenden und geistigen Führern erfunden und in den Sprachschatz eingefügt worden sind und weiterhin eingefügt werden. Denken Sie z. B. an die vielen neuen Wörter, die die technische Entwicklung hervorgebracht hat und noch täglich hervorbringt, z. B. Gas, Rundfunk, Flugzeug, Kraftwagen, funken, fernsprechen, planen.

Zu diesem Grundstock kommt noch eine Fülle von Lehnwörtern, die durch Handel, Verkehr und kulturellen Austausch mit Nachbarvölkern seit alter Zeit in unser Wortgut aufgenommen worden sind. Diese Wörter nehmen am Wandel der deutschen Sprache teil und sind in diese vollständig eingegliedert, so daß wir bei vielen heute kaum noch erkennen können, daß sie einst Fremdlinge waren. Die Germanen haben z. B. von den Römern Neuerungen im Straßen- und Steinbau übernommen. Manche Wörter, die uns heute geläufig sind, haben ihren Ursprung im Lateinischen. Aus strata wurde Straße, aus milia Meile, aus murus Mauer, aus fenestra Fenster, aus camera Kammer usw. Aus dem Handelsverkehr mit den Römern stammen die Wörter: Kiste (cista), Korb (corbis), Sack (saccus) und viele andere.

Als Fremdling unserer Sprache empfinden wir das Fremdwort. Fremdwörter sind seit Beginn unserer sprachlichen Überlieferung nachweisbar. Für sie gibt es meist gute deutsche Ausdrücke, so daß ihre Aufnahme in den deutschen Wortschatz vielfach überflüssig war. Viele entbehrliche Fremdwörter entstellen heute noch unsere Umgangssprache. Deutschland stand in den vergangenen Jahrhunderten häufig unter dem Einfluß fremder Völker. Damit drangen fremdes Wort und fremdes Wesen in Deutschland ein. Heute wollen wir danach streben, die überflüssigen Fremdwörter zu beseitigen. Für fehlende deutsche Wörter nimmt die Sprache Neubildungen auf. Gute Verdeutschungen lassen uns schnell überflüssige Fremdwörter vergessen. Eine große Anzahl von

Fremdwörtern, die sehr gebräuchlich gewesen sind, ist auf diese Weise innerhalb eines kurzen Zeitraumes aus der Umgangssprache verschwunden (Aeroplan, Billett u. a.). Auch Sie sollen in diesem Kampf Mitstreiter sein und sich bemühen, niemals ein Fremdwort zu benutzen, wenn Sie gute deutsche Wörter zur Verfügung haben. Trotz unserer Kampfansage werden wir eine Anzahl Fremdwörter behalten müssen. Insbesondere sind es technische und wissenschaftliche Namen und Ausdrücke (Technik, Maschine, Ingenieur, Industrie, radieren, zentrieren, legieren).

Die Biegung des Fremdwortes

Als Grundsatz bei der Biegung dieser Wörter gilt:

Die eingebürgerten Fremdwörter sind möglichst nach deutschen Regeln zu biegen.

Nachstehend bringen wir einige Beispiele, für die immer der Wer- und Wesfall der Einzahl und der Werfall der Mehrzahl nebeneinandergestellt sind:

der Motor, des Motors — die Motoren,
der Automat, des Automaten — die Automaten,
der Ingenieur, des Ingenieurs — die Ingenieure,
das Lineal, des Lineals — die Lineale,
der Atlas, des Atlas (Atlasses) — die Atlasse (Atlanten),
die Optik, der Optik — die Optiken,
die Krise, der Krise — die Krisen.

Daneben gibt es noch eine kleine Gruppe von Fremdwörtern, deren Biegung uns Schwierigkeiten macht, weil im Sprachgebrauch die fremde Biegungsart beibehalten wurde:

das Volumen, des Volumens — die Volumina,
das Material, des Materials — die Materialien,
das Risiko, des Risikos — die Risiken,
das Laboratorium, des Laboratoriums — die Laboratorien.

Diese Schwierigkeiten stärken in uns erneut den Wunsch, nach Möglichkeit nur deutsche Wörter zu verwenden.

Übungsaufgabe

9) Suchen Sie für folgende Fremdwörter deutsche Bezeichnungen!
Inserat, Offerte, Export, Produkt, Garantie, Adresse, Telephon, Transportband, Tachometer, Resultat, Qualität, Fabrikation, Plakat, Reparatur, Reklamation.

Die Eigenschaftswörter und ihre Biegung

Jeder Gegenstand, jedes Werkzeug hat besondere Eigenschaften oder Merkmale. Das Wort, das die Eigenschaft oder Beschaffenheit einer Person oder Sache bezeichnet, heißt Eigenschaftswort. Eigenschaftswörter werden klein geschrieben.

Wenn das Eigenschaftswort als Beifügung vor dem Hauptwort steht, wird es stets mitgebogen.

Der schwere Hammer,
das harte Metall,
vom (= von dem) guten Werkstoff,
manches wertvolle Werkzeug,
dieser teure Rohstoff.

Schwerer Hammer,
hartes Metall,
von gutem Werkstoff,
manch wertvolles Werkzeug,
teurer Rohstoff.

Wie Sie an diesen Beispielen sehen, können Eigenschaftswörter bei der Biegung verschiedene Endungen annehmen. In der ersten Beispielgruppe handelt es sich um die Endungen „e" und „en", in der zweiten Gruppe sind es die Endungen „er", „es", „em". Im ersten Fall spricht man von einer schwachen Biegung des Eigenschaftswortes, im zweiten Fall wird das Eigenschaftswort stark gebogen.

Die schwache Biegung wird angewendet, wenn dem Eigenschaftswort ein bestimmtes Geschlechtswort (z. B. der, das, dem) oder ein Fürwort mit starker Endung (z. B. dieser, manches) vorausgeht.

Wenn dem Eigenschaftswort kein bestimmtes Geschlechtswort vorausgeht oder wenn das vorausgehende Beziehungswort (ein, mein, dein, wenig, solch, viel, von, an, auf u. ä.) keine Endung hat, erhält das Eigenschaftswort die Endung der starken Biegung.

Stehen mehrere Eigenschaftswörter vor einem Hauptwort, dann werden sie alle gleichmäßig gebogen, z. B. der gute deutsche Werkstoff, guter deutscher Werkstoff. (Als Ausnahme hiervon gilt der Fall, daß das erste Eigenschaftswort nicht zum Hauptwort gehört, sondern das zweite Eigenschaftswort näher bezeichnet, z. B. die schnell umlaufende Welle, die höchst zulässige Beanspruchung, der statisch unbestimmte Träger.)

Der Hammer ist schwer.
Die Feile ist scharf.
Das Eisen ist hart.

In diesen Beispielen steht das Eigenschaftswort nicht als Beifügung zum Hauptwort. Es steht vom Hauptwort getrennt als Aussage beim Zeitwort und wird nicht gebogen.

Die folgende Zusammenfassung soll Ihnen die verschiedenen Arten der Biegung des Eigenschaftswortes übersichtlich zeigen.

Schwache Biegung

	männlich	weiblich	sächlich
Einzahl:			
Werfall	der schwere Hammer	die scharfe Feile	das harte Eisen
Wesfall	des schweren Hammers	der scharfen Feile	des harten Eisens
Wemfall	dem schweren Hammer	der scharfen Feile	dem harten Eisen
Wenfall	den schweren Hammer	die scharfe Feile	das harte Eisen
Mehrzahl:			
Werfall	die schweren Hämmer	die scharfen Feilen	die harten Eisen
Wesfall	der schweren Hämmer	der scharfen Feilen	der harten Eisen
Wemfall	den schweren Hämmern	den scharfen Feilen	den harten Eisen
Wenfall	die schweren Hämmer	die scharfen Feilen	die harten Eisen

Starke Biegung

	männlich	weiblich	sächlich
Einzahl:			
Werfall	schwerer Hammer	scharfe Feile	hartes Eisen
Wesfall	schweren Hammers	scharfer Feile	harten Eisens
Wemfall	schwerem Hammer	scharfer Feile	hartem Eisen
Wenfall	schweren Hammer	scharfe Feile	hartes Eisen
Mehrzahl:			
Werfall	schwere Hämmer	scharfe Feilen	harte Eisen
Wesfall	schwerer Hämmer	scharfer Feilen	harter Eisen
Wemfall	schweren Hämmern	scharfen Feilen	harten Eisen
Wenfall	schwere Hämmer	scharfe Feilen	harte Eisen

Die starken Endungen sind für die drei Geschlechter in der Einzahl verschieden, in der Mehrzahl gleich.

Übungsaufgabe

10) Legen Sie den nachstehenden Hauptwörtern die in Klammern stehenden Eigenschaften bei und bilden Sie dann von der Einzahl den Wesfall mit und den Wemfall ohne Geschlechtswort:

der Draht (dünn), das Messer (scharf, spitz), die Werkstatt (hell, sauber), die Maschine (alt, unbrauchbar), das Lager (voll, reichhaltig).

Beispiel: Der Werkstoff (gut, billig). Des guten, billigen Werkstoffes; aus gutem, billigem Werkstoff.

Die Steigerung der Eigenschaftswörter

Prüfen Sie die drei Werkstoffe Holz, Kupfer und Stahl auf ihre Härte, so stellen Sie fest:

Holz ist hart,
Kupfer ist härter,
Stahl ist der härteste Werkstoff.

Ein Gegenstand kann eine Eigenschaft in einem höheren Grade besitzen als ein anderer. Das wird sprachlich durch eine besondere Formbildung des Eigenschaftswortes ausgedrückt, die man Steigerung nennt. Unser Beispiel zeigt uns die drei Stufen oder Grade der Steigerung:

Grundstufe	(hart)
Steigerungsstufe	(härter)
Höchststufe	(härteste)

Die Grundstufe ist das Eigenschaftswort, wie wir es schon kennen. Die Steigerungsstufe bildet man durch Anhängen der Silbe „er" an die Grundstufe, die Höchststufe durch Anhängen von „(e)ste". Die meisten Eigenschaftswörter mit den Stammlauten a, o, u haben in den Steigerungsformen auch noch den Umlaut (ä, ö, ü). Die volle Endung „este" steht des Wohllauts wegen bei den Eigenschaftswörtern, die auf einen Zischlaut (s, ß, sch, x, z) oder auf ein d oder t ausgehen. Sonst ist die Endung „ste" üblich.

Beispiele ohne Umlaut

heiß — heißer — heißeste,
spitz — spitzer — spitzeste,
klar — klarer — klarste,
rauh — rauher — rauh(e)ste.

Beispiele mit Umlaut

groß — größer — größ(es)te,
kurz — kürzer — kürzeste,
glatt — glätter — glätteste,
lang — länger — längste.

Einen Wechsel zwischen h und ch finden wir bei

hoch — höher — höchste,
nah — näher — nächste.

Manche Eigenschaftswörter steigern unregelmäßig, d. h. der Wortstamm wechselt:

gut — besser — beste,
viel — mehr — meiste.

Beachten Sie aber, daß sich verschiedene Eigenschaftswörter nicht steigern lassen, weil ein höherer Grad der Eigenschaft nicht denkbar ist. Solche Eigenschaftswörter, die zumeist Stoffe, Farben oder Formen bezeichnen, sind:

schwarz, echt, hölzern, eisern, rund u. a.

Die Steigerungsformen der Eigenschaftswörter werden genau so gebogen wie die Grundformen. Dies zeigen die folgenden Beispiele:

Schwache Biegung	Starke Biegung
das härtere Holz,	härteres Holz,
mit dem härteren Holz,	mit härterem Holz,
der härteste Stahl,	härtester Stahl,
aus dem härtesten Stahl.	aus härtestem Stahl.

Wie werden nun zusammengesetzte Eigenschaftswörter gesteigert? Merken Sie sich vor allem:

Doppelte Steigerung bei zusammengesetzten Eigenschaftswörtern ist zu vermeiden.

Es wird der erste Bestandteil des Eigenschaftswortes gesteigert, wenn auf ihm der Vergleich beruht, z. B.:

tiefgekühlt — tiefergekühlt — tiefstgekühlt,
hochbelastet — höherbelastet — höchstbelastet.

Dagegen wird das zweite Wort der Zusammensetzung gesteigert, wenn das zusammengesetzte Wort als eine Begriffseinheit empfunden wird, z. B.:

großzügig — großzügiger — großzügigste,
vielseitig — vielseitiger — vielseitigste.

Es wäre also falsch, von einem „bestbezahltesten Facharbeiter" oder von einer „meistgelesensten Fachzeitschrift" zu sprechen. Es kann nur heißen: der bestbezahlte Facharbeiter, die meistgelesene Fachzeitschrift.

Übungsaufgabe

11) Bilden Sie die Höchststufe!

Schwerwiegender Entschluß, hochempfindliches Meßgerät, tiefgegründetes Fundament.

Fehler beim Gebrauch der Steigerungsstufe

Im Anschluß an unsere Betrachtungen über die Steigerung des Eigenschaftswortes sollen Sie noch über einen oft gehörten Fehler nachdenken, der in Verbindung mit der Steigerungsstufe gemacht wird. Es handelt sich dabei um den Gebrauch der Wörtchen „wie" oder „als".

Wir wollen uns merken:

Beim Vergleich gleichwertiger Dinge (sie werden im Satz immer durch die Grundstufe zum Ausdruck gebracht) steht das Wörtchen „wie".

Beim Vergleich verschiedenwertiger Dinge (im Satz steht dann die Steigerungsstufe) folgt das Wörtchen „als".

Beachten Sie die Beispiele:

Die Maschine ist so alt wie die Fabrik.

Eine Skizze ist ebenso wichtig wie eine Zeichnung.

Deutsche Austauschstoffe erfüllen denselben Zweck wie die Rohstoffe, die wir einführen müssen.

Das neue Verfahren ist besser als das alte.

Die Berufsausbildung ist heute planvoller und gründlicher als in früherer Zeit.

Der Nutzeffekt des Elektromotors ist größer als der der Dampfmaschine.

Die Grundstufe und die Steigerungsstufe lassen sich noch durch Hinzufügen von Wörtern verstärken. Solche Wörter sind:

viel, höchst, außerordentlich, äußerst, überaus, ungemein, bei weitem u. a.

Auch niedere Grade lassen sich durch Hinzufügen von weniger, minder u. a. zum Ausdruck bringen:

Der Meister ist äußerst erfahren.

Die Maschine arbeitet außerordentlich schnell.

Stahl ist sehr viel härter als Kupfer.

Die Wirtschaftlichkeit der meisten Kraftmaschinen ist heute bedeutend größer als bei älteren Konstruktionen.

Manchmal sind bisher gebräuchliche Werkstoffe für bestimmte Zwecke weniger gut geeignet als die neuen deutschen Austauschstoffe.

Bei der Anwendung solcher Verstärkungen oder Abschwächungen besteht jedoch eine Gefahr: sie werden leicht zur Gewohnheit und verfehlen dann ihre Wirkung. Redewendungen wie „entsetzlich" groß, „phantastisch" schnell, „ziemlich" belastet u. a. sind falsch und daher unbedingt zu vermeiden.

Seien Sie überhaupt sparsam mit Steigerungen, sie nutzen sich leicht ab!

Eigenschaftswörter als Hauptwörter

Ebenso wie aus Hauptwörtern Eigenschaftswörter entstehen (Eisen — eisern, Stahl — stählern, Holz — hölzern), ist es auch möglich, Eigenschaftswörter hauptwörtlich zu gebrauchen. In solchen Fällen werden sie natürlich groß geschrieben. Zunächst ein Beispiel:

Das Alte wird durch Neues ersetzt.

Die alte Maschine wird durch eine neue ersetzt.

Im ersten Satz ist „das Alte" leicht als Hauptwort zu erkennen, weil

1. ein Geschlechtswort davorsteht und
2. kein Hauptwort folgt oder zu ergänzen ist.

Auch für „Neues" gilt dasselbe. Es ist nur die ohne Geschlechtswort gebrauchte starke sächliche Form und könnte „das Neue" heißen. Im zweiten Satz ist „eine neue" klein geschrieben worden. Es steht zwar auch ein Geschlechtswort davor, und es folgt kein Hauptwort, aber es ist zweifelsohne das Hauptwort „Maschine" zu ergänzen, das im Satz vorausgeht. Aus diesem Grunde muß „neue" klein geschrieben werden.

Wir können uns als Regel merken:

Ein Eigenschaftswort wird als Hauptwort gebraucht und deshalb groß geschrieben, wenn man ein Geschlechtswort davorsetzen kann und keine Beziehung zu einem anderen Hauptwort besteht.

Hierzu noch ein paar Beispiele:

Das Teuerste ist oft das Billigste.

Das Arbeitsprogramm der Kriegszeit läßt nur Wichtiges zur Ausführung bringen.

Der Vortrag brachte Wissenswertes über die Verarbeitung von Leichtmetall.

Eigenschaftswörter stehen hauptwörtlich besonders in Verbindung mit unbestimmten Zahlwörtern. Solche Wörter sind:

alles, viel, etwas, wenig, nichts, allerlei, genug, manches, mancherlei, mehr.

Es folgen einige Beispiele:

Der Betriebsführer hat für seine Belegschaft viel Gutes getan.

Vergeude keine Zeit mit etwas Nebensächlichem!

Die Versuche ergaben nichts Positives.

Bei der Besichtigung war manches Neue beachtenswert.

Beachten Sie folgende Redewendungen, die klein geschrieben werden:

im allgemeinen, im besonderen, vor kurzem, von ferne, seit langem, aufs neue, das übrige, bis auf weiteres!

Übungsaufgabe

12) Entscheiden Sie, ob die eingeklammerten Buchstaben groß oder klein geschrieben werden!

Es ist leicht, mit entsprechenden Werkzeugen (sch)weres zu heben.

Als der Ingenieur gerufen wurde, ahnte er nichts (g)utes.

Die Fachbücherei enthält nur neuere Werke, (ä)ltere werden ausgeschieden.

Das (g)ute siegt, das (sch)lechte stürzt.

Der Vortrag brachte wenig (n)eues.

Die neue Konstruktion hat gegenüber der (a)lten viele Vorteile.

Die Zahlwörter

Zahlwörter geben die Anzahl oder die Menge der Personen oder Sachen an, von denen im Satz gesprochen wird. Wird diese Anzahl nicht genau angegeben, so sprechen wir von unbestimmten Zahlwörtern. Wir haben dagegen bestimmte Zahlwörter vor uns, wenn durch sie die Zahl oder Menge genau benannt wird. Wir unterscheiden hierbei Grundzahlen und Ordnungszahlen. Das folgende Beispiel macht Ihnen den Unterschied klar:

Einige Kameraden	Wieviel? Einige!	Unbestimmtes Zahlwort
haben zwei Hämmer und drei Feilen.	Wieviel? Zwei! Drei!	Grundzahlwörter
Dies sind die ersten Werkzeuge, mit denen sie arbeiten.	Die wievielten? Die ersten!	Ordnungszahlwort

Zusammenstellung:

1) Unbestimmte Zahlwörter:	einige, viele, wenige, alle, manche, etliche, mehrere
2) Grundzahlwörter:	eins, zwei, drei, fünf, zehn, sechsunddreißig, hundert, tausend
3) Ordnungszahlwörter:	der erste, zweite, zehnte, zwanzigste, neunundfünfzigste

Die Ordnungszahlwörter werden durch Anhängen der Endung -te oder -ste an die Grundzahlwörter gebildet. Ausnahmen sind: der erste, der dritte. Vereinfacht gebildet wird: der achte. Werden Ordnungszahlen durch Ziffern zum Ausdruck gebracht, so ist zu merken, daß die Ziffern einen Punkt erhalten: die 15. (fünfzehnte) Maschine, aber 15 (fünfzehn) Maschinen. Werden mehrere Ordnungszahlen genannt, so ist, wenn sie nicht durch „und" bzw. „oder" verbunden sind, hinter der Zahl außer dem Punkt noch ein Beistrich zu setzen, z. B.: die 1., 2., 3. und 5. Maschine.

Die Biegung der Zahlwörter

Die unbestimmten Zahlwörter und die Ordnungszahlwörter werden wie Eigenschaftswörter behandelt und gebogen. Von den Grundzahlwörtern lassen sich nur „zwei“ und „drei“ biegen.

Schwache Biegung

	männlich	weiblich	sächlich
Einzahl:			
Werfall	der erste Versuch	die eine Feile	das eine Rad
Wesfall	des ersten Versuchs	der einen Feile	des einen Rades
Wemfall	dem ersten Versuch	der einen Feile	dem einen Rad
Wenfall	den ersten Versuch	die eine Feile	das eine Rad
Mehrzahl:			
Werfall	die ersten Versuche	die vielen Feilen	die wenigen Räder
Wesfall	der ersten Versuche	der vielen Feilen	der wenigen Räder
Wemfall	den ersten Versuchen	den vielen Feilen	den wenigen Rädern
Wenfall	die ersten Versuche	die vielen Feilen	die wenigen Räder

Starke Biegung

Einzahl:			
Werfall	erster Versuch	eine[1] Feile	ein[1] Rad
Wesfall	ersten Versuches	einer Feile	eines Rades
Wemfall	erstem Versuch	einer Feile	einem Rad
Wenfall	ersten Versuch	eine Feile	ein Rad
Mehrzahl:			
Werfall	erste Versuche	viele Feilen	wenige Räder
Wesfall	erster Versuche	vieler Feilen	weniger Räder
Wemfall	ersten Versuchen	vielen Feilen	wenigen Rädern
Wenfall	erste Versuche	viele Feilen	wenige Räder

Zur Rechtschreibung der Zahlwörter

Unbestimmte Zahlwörter werden immer klein geschrieben.

Schwieriger ist es bei den bestimmten Zahlwörtern. Sie werden im allgemeinen klein geschrieben. Es gibt jedoch viele Ausnahmen. Wir wollen uns merken:

Immer groß zu schreiben sind: Million, Milliarde, Billion.

[1] Die starke Form des unbestimmten Zahlwortes lautet ebenso wie das unbestimmte Geschlechtswort.

Die anderen bestimmten Zahlwörter werden groß geschrieben, wenn sie mit einem Geschlechtswort stehen und kein anderes Hauptwort zu ergänzen ist oder wenn sie eine Endung haben, z. B.: die Sieben, das Tausend, drei vom Hundert, Hunderte von Schrauben; dagegen: tausend Muttern.

Ordnungszahlwörter sind dann groß zu schreiben, wenn keine Beziehung zu einem Hauptwort besteht, z. B.: Er ist der Erste in der Klasse; aber: Diese Maschine ist die erste ihrer Art.

Außerdem gibt es noch Bruchzahlwörter. Sie werden klein geschrieben, wenn eine nähere Bezeichnung folgt. Fehlt diese Bezeichnung, so schreibt man sie groß. Beachten Sie folgende Beispiele: eine viertel Umdrehung, drei achtel Zoll; aber: ein Viertel, ein Zehntel!

Fehler bei Zeitangaben

In diesem Zusammenhang soll noch ein Fehler erwähnt werden, der bei Zeitangaben häufig gemacht wird. Es handelt sich dabei um die Verwechslung der Endsilben -ig und -lich. Bei Angabe einer Zeitspanne von ununterbrochener Dauer heißt es -ig. Die Endung -lich dagegen bedeutet bei Zeitangaben den wiederholten Ablauf eines Geschehens. Die Maschine muß wöchent**lich** gereinigt werden (also in jeder Woche). Die Fachzeitschrift erscheint vierzehntäg**lich** (der Vorgang wiederholt sich alle 14 Tage). Aber: Er bekommt einen vierzehntäg**igen** Urlaub (der Vorgang wiederholt sich nicht).

Die Fürwörter

Wird von einer Person oder Sache etwas erzählt, so würde die Erzählung bald sehr schwerfällig, wenn immer der Name wiederholt würde. Man verwendet daher Wörter, die statt des Namens der betreffenden Person oder Sache gesetzt werden. Solche Wörter heißen Fürwörter, weil sie für ein Hauptwort stehen.

> Ich besuchte gestern meinen früheren Lehrmeister. Was meinst du, wie ich ihn antraf? Er hatte einen Unfall in seiner Werkstatt erlitten und lag zu Bett.

Diese Beispielsätze zeigen uns folgendes: Für meine Person oder meinen Namen steht „ich". Für meinen Lehrmeister, von dem ich spreche, steht „er" oder „ihn". Würde ich meinen Kameraden, mit dem ich rede, nicht näher kennen — wie es mir z. B. mit Ihnen geht —, dann stände aus Gründen der Höflichkeit nicht „du", sondern „Sie".

Wir müssen unterscheiden

die Personen	Einzahl	Mehrzahl	Höflichkeitsform
1) die sprechende Person	ich	wir	—
2) die angeredete Person	du	ihr	Sie
3) die besprochene Person	er, sie, es	sie	—

Alle diese Wörter heißen persönliche Fürwörter, weil sie für eine Person stehen.

Nur bei der besprochenen oder dritten Person wird in der Einzahl das Geschlecht unterschieden.

Die persönlichen Fürwörter

Da Hauptwörter und Personennamen in verschiedenen Fällen auftreten, so müssen auch die Fürwörter, die für diese Hauptwörter und Personennamen stehen, dieselben Fälle zeigen. In unserem Beispiel treten bei den persönlichen Fürwörtern für die dritte Person schon zwei Formen auf: „er" und „ihn". Die folgende Aufstellung soll die Biegung der persönlichen Fürwörter in allen Fällen erkennen lassen.

Fall	1. Person	2. Person	3. Person			Höflichkeitsform
Einzahl:						
Werfall	ich	du	er	sie	es	Sie
Wesfall	meiner	deiner	seiner	ihrer	seiner	Ihrer
Wemfall	mir	dir	ihm	ihr	ihm	Ihnen
Wenfall	mich	dich	ihn	sie	es	Sie
Mehrzahl:						
Werfall	wir	ihr	sie			Sie
Wesfall	unser	euer	ihrer			Ihrer
Wemfall	uns	euch	ihnen			Ihnen
Wenfall	uns	euch	sie			Sie

Die Biegung der persönlichen Fürwörter müssen Sie einwandfrei beherrschen.

Zu merken sind hier auch die allein richtigen Wesfallverbindungen mit -wegen: meinetwegen, deinetwegen, seinetwegen, unsertwegen, euertwegen, ihretwegen.

Das sächliche „es" verliert seine bestimmte Bedeutung und wird zum unbestimmten Fürwort, wenn es den Satzgegenstand vertritt oder vorwegnimmt, z. B.: es brennt, es glüht der Bohrer.

In der Umgangssprache gebrauchen wir bei der Anrede nur in vertrauten Verhältnissen „du" und „ihr". Sonst bedienen wir uns der Höflichkeitsform „Sie", ganz gleich, ob es sich um eine oder mehrere Personen handelt.

Die Anrede „Sie" (Ihrer, Ihnen, Sie) wird immer groß geschrieben, während man die vertraute Anrede „du" und „ihr" nur in Briefen groß schreibt. Also: Ich danke **D**ir für das Päckchen (aus einem Brief entnommen); aber: Er sagte: „Ich danke **d**ir" (wörtliche Rede).

Übungsaufgabe

13) Schreiben Sie in Worten:
17, 36, 557, $\frac{1}{8}$ Liter, der 4. Teil, $\frac{3}{4}$!

Fürwörter

Es sind folgende Fürwörter zu unterscheiden:

persönliche Fürwörter,
besitzanzeigende Fürwörter,
bezügliche Fürwörter,
rückbezügliche Fürwörter und
hinweisende Fürwörter.

Die persönlichen Fürwörter wurden im letzten Abschnitt besprochen.

Besitzanzeigende Fürwörter sind:

mein, dein, sein, ihr, sein; unser, euer, ihr.

Auf meiner Werkbank liegt dein Hammer.

Unsere Werkstatt ist ein Musterbetrieb.

Zu merken ist:

In Briefen werden die besitzanzeigenden Fürwörter groß geschrieben, wenn sie sich auf die angeredete Person beziehen, z. B.: Gestern habe ich **D**ein Päckchen erhalten; aber: Gestern habe ich sein Päckchen erhalten.

Die bezüglichen Fürwörter heißen:

der, die, das,
welcher, welche, welches,
wer, was.

Sie beziehen sich entweder auf ein Hauptwort, auf ein Fürwort oder auf einen Satz.

Die Firma, die uns Ersatzteile liefern soll, bittet um Verlängerung der Lieferzeit.

Der Hammer, dessen Stiel zu kurz ist, gehört mir nicht.

Maschinen, denen die notwendige Wartung nicht zuteil wird, verursachen bald Störungen.

Gebrauchen Sie, soweit es der Wohlklang erlaubt, statt „welcher", „welche", „welches" besser „der", „die", „das"; es klingt flüssiger. Also nicht: die Maschinen, welche gestern geliefert wurden; sondern: die Maschinen, die gestern geliefert wurden.

Beim Gebrauch des Fürwortes „was" ist zu merken, daß es sich nie auf ein Hauptwort bezieht, sondern auf etwas Unbestimmtes (alles, viel, nichts, das Beste) oder auf einen ganzen Satz. Es ist richtig, wenn es heißt: alles, was . . ., das Beste, was . . . Dagegen ist es falsch, wenn es heißt: das Haus, was . . ., das Rad, was . . . Es muß heißen: das Haus, das . . ., das Rad, das . . .

Rückbezügliche Fürwörter beziehen sich auf ein Hauptwort oder ein Fürwort desselben Satzes. Sie sind gleichlautend mit den persönlichen Fürwörtern mir, mich, dir, dich, uns, euch. Nur die dritte Person bildet im Wemfall in Einzahl und Mehrzahl für alle Geschlechter die Form „sich". Es heißt also:

ich habe mich verletzt,	wir haben uns verletzt,
du hast dich verletzt,	ihr habt euch verletzt,
er hat sich verletzt,	sie haben sich verletzt.

Hinweisende Fürwörter weisen auf Personen oder Sachen hin. Solche Fürwörter sind:

der, die, das,
dieser, diese, dieses,
jener, jene, jenes,
solcher, solche, solches,
derselbe, dieselbe, dasselbe,
derjenige, diejenige, dasjenige.

1) „Derselbe" usw. wird oft falsch gebraucht. Sie müssen „derselbe" und „der gleiche" unterscheiden. Sie können „dasselbe" Werkzeug benutzen wie Ihr Arbeitskamerad, aber auch „das gleiche", letzteres nämlich dann, wenn es von derselben Art ist. Im ersten Fall müßten Sie ein und dasselbe Werkzeug mit Ihrem Arbeitskameraden wechselweise benutzen.

Oft wird man für „derselbe“ usw. besser persönliche Fürwörter setzen. Man sagt daher:

Der Betriebsführer empfing uns. Er (nicht: derselbe) führte uns durch die Fabrik.

Es ist aber richtig, wenn es heißt:

Das ist noch dieselbe Maschine, die ich vor 5 Jahren gekauft habe.

2) „Dieser“, „diese“, „dieses“ sollen möglichst nur in Verbindung mit einem Hauptwort stehen. Ohne Hauptwort wird es besser durch „er“, „sie“, „es“ ausgedrückt. Also: Der Motor ist neu, oder: Er (nicht: dieser) ist neu.

Es soll auch nicht heißen: Dieses gefällt mir; sondern: Dies gefällt mir.

3) Für „derjenige, welcher“ steht „wer“. Also nicht: Derjenige, welcher sein Fach versteht ...; sondern: Wer sein Fach versteht, wird Gutes leisten.

Übungsaufgaben

14) Ändern Sie den Satz, wenn er Ihnen nicht gefällt!
Auf der Werkbank und unter derselben liegen Werkzeuge.
Mein Arbeitskamerad hat denselben Fehler gemacht wie ich.
Er prüfte die Werkstücke und sortierte dieselben.
Die alte und die neue Maschine wurden in derselben Fabrik hergestellt.

15) Bestimmen Sie die Fürwörter in folgenden Sätzen!
a) Nur der Werkstoff ist brauchbar, der allen Belastungsproben standhält.
b) Wir haben uns die neuen Maschinen angesehen.
c) Der Lehrling weiß, was der Meister fordert.
d) Der Meister hat sich verletzt.
e) Wer gut arbeitet, der ist begehrt.
f) Dies ist unsere wertvollste Maschine.
g) Solche Werkstücke müssen als Ausschuß bezeichnet werden.

Die Zeitwörter

Das Zeitwort ist das wichtigste Wort der Sprache, es ist die Seele des Satzes.

Achten Sie deshalb besonders auf das Zeitwort, denn es macht Ihren Ausdruck lebendig, anschaulich und klar!

Jedes Geschehen kann von verschiedenen Seiten betrachtet werden. Dies zeigen die folgenden Sätze:

Ich beaufsichtige.
Ich werde beaufsichtigt.

Im ersten Satz vollbringe ich etwas, im zweiten Satz geschieht mit mir etwas. Der erste Satz ist ein Beispiel für die Tatform, das zweite Beispiel nennen wir Leideform.

Die Zeiten der Tatform

Wir betrachten zunächst die Tatform.

Zeitwörter lassen aus ihren Formen die Zeit eines Geschehens erkennen. Jedes Geschehen kann in 3 verschiedenen Zeiten erfolgen: in der Gegenwart, in der Vergangenheit oder in der Zukunft.

Gegenwart:	Paul feilt.	Der Meister bohrt.
Vergangenheit:	Paul feilte.	Der Meister bohrte.
Zukunft:	Paul wird feilen.	Der Meister wird bohren.

Durch besondere Formbildung können wir aber noch ausdrücken, daß eine Handlung in einem bestimmten Augenblick bereits vollendet ist. Das geschieht mit den 3 Vollendungszeiten: die Vollendung in der Gegenwart, die Vollendung in der Vergangenheit, die Vollendung in der Zukunft.

Ein Beispiel wird Klarheit geben:

Der Geselle fertigt sein Meisterstück an.	Gegenwart.
Er hat dazu eine Zeichnung vorgelegt.	Vollendung in der Gegenw.
Der Geselle fertigte sein Meisterstück an.	Vergangenheit.
Er hatte dazu eine Zeichnung vorgelegt.	Vollendung in derVergang.
Der Geselle wird sein Meisterstück anfertigen.	Zukunft.
Er wird dazu eine Zeichnung vorgelegt haben.	Vollendung in der Zukunft.

Die folgende Aufstellung zeigt übersichtlich die verschiedenen Zeiten der Tatform.

Gegenwart	ich schmiede du schmiedest er schmiedet wir schmieden ihr schmiedet sie schmieden	ich komme du kommst er, sie, es kommt wir kommen ihr kommt sie kommen
Vollendung in der Gegenwart	ich habe geschmiedet	ich bin gekommen
Vergangenheit	ich schmiedete	ich kam
Vollendung in der Vergangenheit	ich hatte geschmiedet	ich war gekommen
Zukunft	ich werde schmieden	ich werde kommen
Vollendung in der Zukunft	ich werde geschmiedet haben	ich werde gekommen sein

Die Vollendung in der Zukunft tritt heute im Sprachgebrauch mehr und mehr zurück, man bevorzugt dafür die Vollendung in der Gegenwart. Man wird kaum hören:

> Wenn der Kesselstein abgeklopft sein wird, wird die Maschine weniger Kohlen verbrauchen,

sondern:

> Wenn der Kesselstein abgeklopft ist, wird die Maschine weniger Kohlen verbrauchen.

Jedoch gebrauchen wir die Vollendung in der Zukunft für ein schon vergangenes Geschehen, wenn wir darüber noch im ungewissen sind:

> Ihr werdet doch keine Fehler gemacht haben!
>
> Er wird hoffentlich fertig geworden sein.

Beim Gebrauch der verschiedenen Zeiten müssen Sie darauf achten, daß Sie die richtige Zeitenfolge innehalten, daß Sie die Zeitformen nicht wechseln. Die folgenden Beispiele sollen darüber Aufschluß geben.

Falsch:	Richtig:
Alle Vorbereitungen waren getroffen worden; jetzt kann der Versuch beginnen.	Alle Vorbereitungen waren getroffen worden; jetzt konnte der Versuch beginnen.
Es ist ihm jedoch nicht möglich, den Versuch so durchzuführen, wie er erhoffte.	Es war ihm jedoch nicht möglich, den Versuch so durchzuführen, wie er erhoffte.
Ein fehlerhaftes Teilstück der Versuchsanordnung bewirkte, daß der Versuch vorzeitig abgebrochen werden muß.	Ein fehlerhaftes Teilstück der Versuchsanordnung bewirkte, daß der Versuch vorzeitig abgebrochen werden mußte.

Sie werden bemerkt haben, daß man die einmal gewählte Zeit beibehalten muß. Man berichtet entweder in der Vergangenheit bzw. in der Vollendung in der Vergangenheit oder in der Gegenwart bzw. in der Vollendung in der Gegenwart.

Die Zeiten der Leideform

Auch in der Leideform sind 6 verschiedene Zeiten zu unterscheiden, wie die folgende Aufstellung erkennen läßt. Tatform und Leideform werden dabei gegenübergestellt.

	Tatform	Leideform
Gegenwart Vollendung in der Gegenwart	ich schlage ich habe geschlagen	ich werde geschlagen ich bin geschlagen worden
Vergangenheit Vollendung in der Vergangenheit	ich schlug ich hatte geschlagen	ich wurde geschlagen ich war geschlagen worden
Zukunft Vollendung in der Zukunft	ich werde schlagen ich werde geschlagen haben	ich werde geschlagen werden ich werde geschlagen worden sein

In den folgenden Beispielen wird derselbe Vorgang in der Tatform und in der Leideform ausgedrückt:

Der Lehrling bohrt das Loch.
Das Loch wird von dem Lehrling gebohrt.

Der Meister hat eine neue Maschine gekauft.
Eine neue Maschine ist vom Meister gekauft worden.

Wir stellten die Maschine auf.
Die Maschine wurde von uns aufgestellt.

Sie wird uns manche Arbeit erleichtern.
Manche Arbeit wird uns durch sie erleichtert werden.

Sie werden hierbei feststellen, daß die Leideform umständlich und schwerfällig klingt. Die Tatform dagegen wirkt frisch und lebendig. Geben Sie deshalb der Tatform den Vorzug, soweit der Ausdruck es zuläßt!

Lösungen zu den Übungsaufgaben

Rechnen

1) Bestand an Stahl:

I-Stahl	3475 kg
U-Stahl	476 „
T-Stahl	89 „
Winkel-Stahl	325 „
Gesamtbestand an Stahl	4365 kg

Der gesamte Bestand an Stahl beträgt **4365 kg.**

2) Gewicht für 15 m Winkelstahl: $15 \cdot 14 = 210$ kg.
Preis für 210 kg: $210 \cdot 24 = 5040$ Rpf. = 50,40 RM.
15 m Winkelstahl $80 \cdot 80 \cdot 12$ kosten **50,40 RM.**

3) Rechnungsgang: Alle Größen lassen sich nur im gleichen Maß zusammenzählen. Wir müssen also in beiden Fällen die Zeit entweder in Minuten oder in Stunden ausrechnen. Zweckmäßig rechnen wir hier zunächst in Minuten.

Lösung: Arbeitszeit für 24 Bolzen $= 24 \cdot 56 = 1344$ Min.
„ „ 18 „ $= 18 \cdot 75 = 1350$ „

Gesamtarbeitszeit = 2694 Min.
= 44 Std. 54 Min.
$\approx$ 45 Std.

Die Bolzen können in **45 Std.** abgedreht werden.

4) Lohn für 2 Arbeiter $2 \cdot 128 \cdot 90 = 23040$ Rpf. = 230,40 RM.
„ „ 5 „ $5 \cdot 128 \cdot 84 = 53760$ „ = 537,60 „

Lohnkosten für 7 Arbeiter = 768,00 RM.

Die Lohnkosten betragen **768,— RM.**

5) Stromkosten $= \frac{17040}{852} = 20$ Rpf.

Eine Brennstunde kostet **20 Rpf.**

6)

Stundenlohn von 2 Gesellen	$2 \cdot 96 =$	192 Rpf.
„ „ 3 „	$3 \cdot 92 =$	276 „
„ „ 4 „	$4 \cdot 86 =$	344 „
„ „ 3 „	$3 \cdot 82 =$	246 „
„ „ 2 Helfern	$2 \cdot 64 =$	128 „
„ „ 3 Lehrlingen	$3 \cdot 18 =$	54 „
„ „ 4 „	$4 \cdot 15 =$	60 „

Stundenlohn insgesamt = 1300 Rpf. = 13 RM.
Arbeitslohn für 1 Tag $8 \cdot 13$ = 104 RM.
„ „ 1 Jahr $300 \cdot 104$ = 31200 RM.

Der Geschäftsinhaber hat im Jahr **31200 RM.** an Löhnen zu zahlen.

7) Rechnungsgang: Für 1 Flachmeißel werden 170 mm Meißelstahl gebraucht, für 85 Flachmeißel demnach 85mal soviel. Für 1 Kreuzmeißel benötigt man 150 mm Meißelstahl, für 65 Kreuzmeißel also 65mal soviel. Da nach m gefragt ist, müssen wir die errechneten Längen von mm in m am Schluß der Rechnung umrechnen.

Lösung: für 85 Flachmeißel	werden	85 · 170 = 14450	mm Stahl gebraucht
„ 65 Kreuzmeißel	„	65 · 150 = 9750	„ „ „
		Zusammen = 24200	mm Meißelstahl

24200 mm = 24,2 m

Für die Herstellung von 85 Flachmeißeln und 65 Kreuzmeißeln sind **24,2 m** Meißelstahl bereitzustellen.

Nebenrechnungen:

85 · 170	65 · 150
5950	3250
85	65
14450	9750

8) Rechnungsgang: Nehmen wir den Gesamtverbrauch an Kraftstoff mit 42 Rpf. mal, so erhalten wir die Gesamtkosten des Kraftstoffverbrauchs. Die Kraftstoffkosten für ein Fahrkilometer ergeben sich, wenn wir die Gesamtkosten durch die Summe der zurückgelegten Strecken teilen.

Lösung:

Kraftstoffverbrauch des Wagens I	= 915 l
„ „ „ II	= 773 l
Gesamter Kraftstoffverbrauch	= 1688 l
Gesamtkosten des Kraftstoffverbrauchs	= 1688 · 42 = 70896 Rpf.
Zurückgelegte Strecke des Wagens I	= 2445 km
„ „ „ „ II	= 1986 „
Gesamtstrecke	= 4431 km
Kraftstoffkosten für 1 Fahrkilometer	= 70896 : 4431 = 16 Rpf.

1 Fahrkilometer kostet **16 Rpf.**

Nebenrechnungen:

1688 · 42	70896 : 4431 = 16
3376	4431
6752	26586
70896	26586

9)

Betonsockel für Vorderfront	3,825 m³
„ „ „	4,157 „
„ „ Seitenfront	7,14 „
„ „ „	7,65 „
„ „ Hinterfront	7,905 „
Zusammen:	30,677 m³

Für die Umzäunung des Grundstückes müssen **30,677 m³** Beton hergestellt werden.

10) Zusammenstellung der Wochenlöhne

Vorarbeiter	54,64 RM.
Dreher A	41,76 „
„ B	40,02 „
„ C	41,76 „
„ D	40,89 „
„ E	39,36 „
Schlosser F	48,00 „
Schmied G	44,64 „
„ H	41,85 „
Arbeiter J	34,56 „
„ K	28,80 „
Lehrling L	12,00 „
Lohnsumme	468,28 RM.

Die gesamte Wochenlohnsumme beträgt **468,28 RM.**

11) Veranschlagtes Mauerwerk: 1857,368 m³
Durch Änderung fallen fort: 83,42 m³
Auszuführendes Mauerwerk: 1773,788 m³

Für den Neubau sind **1773,788 m³** Mauerwerk auszuführen.

12) 1. Eingang an Messingrohr:

Bestand am	1. 11.	167,85 kg
Zugang „	12. 11.	86,72 „
„ „	25. 11.	56,25 „
Eingang im Monat Novbr.		310,82 kg

2. Ausgabe an Messingrohr:

am	4. 11.	23,45 kg
„	8. 11.	41,26 „
„	11. 11.	32,85 „
„	14. 11.	27,38 „
„	19. 11.	36,82 „
„	23. 11.	16,95 „
„	24. 11.	8,68 „
„	28. 11.	35,76 „
Gesamtausgabe im Novbr.		223,15 kg

3. Eingang an Messingrohr 310,82 kg
Ausgabe „ „ 223,15 „
Bestand am 30. 11. 87,67 kg

Der Bestand an Messingrohr beträgt am Ende des Monats November **87,67 kg.**

13) Lösung:

1436,5 kg	Gußeisen	kosten	1436,5 · 0,43 = 617,70 RM.
98,4 „	Stahlguß	„	98,4 · 1,56 = 153,50 „
73,8 „	Stahl	„	73,8 · 0,28 = 20,66 „
24,7 „	Rotguß	„	24,7 · 3,45 = 85,22 „
			Werkstoffkosten = 877,08 RM.

Die Werkstoffkosten für die Herstellung der Wasserpumpe betragen **877,08 RM.**

Nebenrechnungen:

```
1436,5 · 0,43
 43095
57460
617,695 ≈ 617,70

98,4 · 1,56
 5904
4920
984
153,504 ≈ 153,50

73,8 · 0,28
 5904
1476
20,664 ≈ 20,66

24,7 · 3,45
 1235
 988
741
85,215 ≈ 85,22
```

14) Lösung: 5,85 m I-Stahl wiegen 153,86 kg; dann wiegt 1 lfd. m 153,86 : 5,85 = 26,30 kg.

1 lfd. m dieses I-Stahls wiegt **26,3 kg.**

Nebenrechnung:

```
153,86 : 5,85
15386 : 585 = 26,3
1170
 3686          Überschlagsrechnung: 150 : 6 = 25
 3510
  1760
  1755
     5
```

15) Lösung: Zugbeanspruchung je cm² = Zugbelastung : Kernquerschnitt
= 3435 : 7,279 = 472 kg/cm²

Die Schraube wird mit **472 kg/cm²** auf Zug beansprucht.

Nebenrechnung:

```
3435    : 7,279
3435000 : 7279 = 471,9 ≈ 472
29116
 52340         Überschlagsrechnung: 3500 : 7 = 500
 50953
  13870
   7279
   65910
   65511
     399
```

16) Lösung: Drehzeit = Länge der Welle : Vorschub je Minute
= 1835 : 14,5 = 127 Minuten

Das Abdrehen der Welle dauert **127 Minuten.**

Nebenrechnung: 1835 : 14,5

```
18350 : 145 = 126,5 ≈ 127
145
 385
 290        Überschlagsrechnung: 1800 : 15 = 120
  950
  870
   800
   725
    75
```

17) 56 ist teilbar durch 2, 4, 8. 56 : 2 = 28, 56 : 4 = 14, 56 : 8 = 7.

124 ist teilbar durch 2, 4. 124 : 2 = 62, 124 : 4 = 31.

36648 ist teilbar durch 2, 4, 8, 3, 9. 36648 : 2 = 18324, 36648 : 4 = 9162, 36648 : 8 = 4581, 36648 : 3 = 12216, 36648 : 9 = 4072.

57528 ist teilbar durch 2, 4, 8, 3, 9. 57528 : 2 = 28764, 57528 : 4 = 14382, 57528 : 8 = 7191, 57528 : 3 = 19176, 57528 : 9 = 6392.

78000 ist teilbar durch 2, 4, 8, 3, 5, 10. 78000 : 2 = 39000, 78000 : 4 = 19500, 78000 : 8 = 9750, 78000 : 3 = 26000, 78000 : 5 = 15600, 78000 : 10 = 7800.

72630 ist teilbar durch 2, 5, 3, 9, 10. 72630 : 2 = 36315, 72630 : 5 = 14526, 72630 : 3 = 24210, 72630 : 9 = 8070, 72630 : 10 = 7263.

18)

$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$	$117 = 3 \cdot 3 \cdot 13$
$78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$	$1260 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
$105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$	$375 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
$120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$	$2520 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

19) Lösung:

3	3
5	5
7	7
10	2 · 5
12	2 · 2 · 3

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$

Probe: 420 : 3 = 140
420 : 5 = 84
420 : 7 = 60
420 : 10 = 42
420 : 12 = 35

Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 3, 5, 7, 10 und 12 ist **420.**

20) Lösung a:

2	2
3	3
4	$2 \cdot 2$
5	5
6	$2 \cdot 3$
10	$2 \cdot 5$
11	11
22	$2 \cdot 11$
30	$2 \cdot 3 \cdot 5$
66	$2 \cdot 3 \cdot 11$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 660$

Probe:

$660 : 2 = 330$
$660 : 3 = 220$
$660 : 4 = 165$
$660 : 5 = 132$
$660 : 6 = 110$
$660 : 10 = 66$
$660 : 11 = 60$
$660 : 22 = 30$
$660 : 30 = 22$
$660 : 66 = 10$

Lösung b:

~~2~~	
~~3~~	
4	$2 \cdot 2$
~~5~~	
~~6~~	
~~10~~	
~~11~~	
~~22~~	
30	$2 \cdot 3 \cdot 5$
66	$2 \cdot 3 \cdot 11$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 = 660$

Das kleinste gemeinsame Vielfache der Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 22, 30, 66 ist **660.**

In der Lösung b sehen wir, daß die Zahlen 2, 3, 5, 6, 10, 11 und 22 ganz gestrichen sind. Ihre Zerlegung kann man sich sparen, da 2 in 4, 3 in 30, 5 in 30, 6 in 30, 10 in 30, 11 in 66 und 22 in 66 enthalten sind. Ist das gesuchte Vielfache durch die übrigbleibenden Zahlen 4, 30 und 66 teilbar, so ist es auch durch die übrigen Faktoren teilbar, wie die Probe beweist.

21) $4 = \frac{12}{3}$, $7 = \frac{21}{3}$, $11 = \frac{33}{3}$, $25 = \frac{75}{3}$, $41 = \frac{123}{3}$

22) $2\frac{3}{10} = \frac{23}{10}$, $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$, $5\frac{3}{16} = \frac{83}{16}$, $25\frac{29}{400} = \frac{10029}{400}$

23) $\frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$, $\frac{32}{9} = 3\frac{5}{9}$, $\frac{140}{23} = 6\frac{2}{23}$, $\frac{276}{83} = 3\frac{27}{83}$

24) $\frac{2}{3} = \frac{18}{27}$, $\frac{12}{17} = \frac{108}{153}$, $\frac{23}{25} = \frac{207}{225}$, $\frac{4}{7} = \frac{36}{63}$, $\frac{5}{8} = \frac{45}{72}$

25) $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

5
~~45~~
~~225~~
$\frac{1980}{396} = \frac{5}{44}$
44

3
~~21~~
~~63~~
$\frac{252}{336} = \frac{3}{4}$
~~84~~
~~28~~
4

2
~~194~~
~~1164~~
$\frac{1746}{2910} = \frac{2}{3}$
~~291~~
3

Hier wird die Restteilung versucht: $291 : 194 = 1$
194
$194 : \mathbf{97} = 2$
194

26)

~~2~~	
~~3~~	
~~6~~	
5	5
~~9~~	
14	$2 \cdot 7$
18	$2 \cdot 3 \cdot 3$

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \mathbf{630}$

Hauptnenner 630	
$\frac{1}{2}$	$\frac{315}{630}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{420}{630}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{525}{630}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{252}{630}$
$\frac{4}{9}$	$\frac{280}{630}$
$\frac{3}{14}$	$\frac{135}{630}$
$\frac{1}{18}$	$\frac{35}{630}$

27) $\frac{3 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \underline{\underline{\frac{9}{21}}}$; $\frac{3 \cdot 7}{7 \cdot 7} = \underline{\underline{\frac{21}{49}}}$

28) $\frac{4 \cdot 10}{12{,}7 \cdot 10} = \underline{\underline{\frac{40}{127}}}$

29) 375 Sekunden $= \frac{375}{60}$ Minuten $\qquad \frac{375}{60} = \frac{360}{60} + \frac{15}{60} = 6\frac{\overset{1}{15}}{\underset{4}{60}} = 6\frac{1}{4}$ Minuten

375 Sekunden sind **$\underline{\underline{6\frac{1}{4}}}$ Minuten.**

30) $\frac{5}{22} + \frac{8}{22} + \frac{7}{22} = \frac{5+8+7}{22} = \frac{20}{22} = \underline{\underline{\frac{10}{11}}}$

31) $5\frac{3}{7} + 4\frac{2}{7} + 8\frac{1}{7} = 5 + 4 + 8 + \frac{3+2+1}{7} = \underline{\underline{17\frac{6}{7}}}$ $\qquad$ 32) $\frac{8}{21} - \frac{2}{21} = \frac{6}{21} = \underline{\underline{\frac{2}{7}}}$

33) $9\frac{3}{5} - 6\frac{4}{5} = 8\frac{8}{5} - 6\frac{4}{5} = \underline{\underline{2\frac{4}{5}}}$

34) $\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{4}{15} = ?$

4	
6	
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$
12	$2 \cdot 2 \cdot 3$
15	$3 \cdot 5$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 120$

$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{4}{15} = \underline{\underline{3\frac{17}{120}}}$

	120
$\frac{3}{4}$	90
$+\frac{5}{6}$	100
$+\frac{7}{8}$	105
$+\frac{5}{12}$	50
$+\frac{4}{15}$	32

$\frac{377}{120} = \underline{\underline{3\frac{17}{120}}}$

35) $\frac{5}{9} - \frac{1}{2} = \frac{10}{18} - \frac{9}{18} = \underline{\underline{\frac{1}{18}}}$

36) $4\frac{3}{7} + 8\frac{5}{14} + 4\frac{3}{8} = ?$

7	
14	$2 \cdot 7$
8	$2 \cdot 2 \cdot 2$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 56$

$4\frac{3}{7} + 8\frac{5}{14} + 4\frac{3}{8} = \underline{\underline{17\frac{9}{56}}}$

	56
$4\frac{3}{7}$	24
$+ 8\frac{5}{14}$	20
$+ 4\frac{3}{8}$	21
16	$\frac{65}{56} = 17\frac{9}{56}$

37) $12\frac{7}{8} - 5\frac{5}{6} = ?$

8	$2 \cdot 2 \cdot 2$
6	$2 \cdot 3$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$

$12\frac{7}{8} - 5\frac{5}{6} = \underline{\underline{7\frac{1}{24}}}$

	24
$12\frac{7}{8}$	21
$- 5\frac{5}{6}$	20
7	$\frac{1}{24} = 7\frac{1}{24}$

38) $\frac{16}{33} \cdot 22 = \frac{16 \cdot \overset{2}{22}}{\underset{3}{33}} = \frac{32}{3} = \underline{\underline{10\frac{2}{3}}}$ $\qquad$ 40) $\frac{12}{17} : 4 = \frac{\overset{3}{12}}{17 \cdot 4} = \underline{\underline{\frac{3}{17}}}$

39) $15\frac{2}{3} \cdot 8 = \frac{47 \cdot 8}{3} = \frac{376}{3} = \underline{\underline{125\frac{1}{3}}}$ $\qquad$ 41) $6\frac{3}{4} : 9 = \frac{\overset{3}{27}}{4 \cdot 9} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}}$

42) $\frac{5}{6} + \frac{3}{5} \cdot 4 - \frac{2}{3} : 5 = \frac{5}{6} + \frac{12}{5} - \frac{2}{15}$

6	$2 \cdot 3$
5	
15	$3 \cdot 5$

$2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

	30
$\frac{5}{6}$	25
$+\frac{12}{5}$	72
	97
$-\frac{2}{15}$	4

$\frac{93}{30} = 3\frac{3}{30} = 3\frac{1}{10}$

$\frac{5}{6} + \frac{3}{5} \cdot 4 - \frac{2}{3} : 5 = \underline{\underline{3\frac{1}{10}}}$

43) $\left(\frac{7}{8} + \frac{3}{4}\right) \cdot 2 + \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{5}\right) \cdot 3 = \left(\frac{7}{8} + \frac{6}{8}\right) \cdot 2 + \left(\frac{25}{30} + \frac{18}{30}\right) \cdot 3 = \frac{13}{8} \cdot 2 + \frac{43}{30} \cdot 3 =$
$\frac{13 \cdot 2}{8} + \frac{43 \cdot 3}{30} = \frac{13}{4} + \frac{43}{10} = \frac{65}{20} + \frac{86}{20} = \frac{151}{20} = 7\frac{11}{20}$

$\left(\frac{7}{8} + \frac{3}{4}\right) \cdot 2 + \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{5}\right) \cdot 3 = \underline{\underline{7\frac{11}{20}}}$

44) $\frac{25}{36} \cdot \frac{9}{15} \cdot \frac{3}{18} = \frac{25 \cdot 9 \cdot 3}{36 \cdot 15 \cdot 18} = \underline{\underline{\frac{5}{72}}}$

45) $5\frac{15}{36} \cdot 1\frac{3}{5} \cdot 1\frac{38}{52} = \frac{195 \cdot 8 \cdot 90}{36 \cdot 5 \cdot 52} = \underline{\underline{15}}$

46) $\frac{15}{16} : \frac{9}{16} = \frac{15 \cdot 16}{16 \cdot 9} = \frac{5}{3} = \underline{\underline{1\frac{2}{3}}}$

47) $\frac{125}{204} : \frac{25}{312} = \frac{125 \cdot 312}{204 \cdot 25} = \frac{5 \cdot 26}{17} = \frac{130}{17} = \underline{\underline{7\frac{11}{17}}}$

48) $6\frac{4}{5} : 2\frac{5}{6} = \frac{34}{5} : \frac{17}{6} = \frac{34 \cdot 6}{5 \cdot 17} = \frac{12}{5} = \underline{\underline{2\frac{2}{5}}}$

49) $\frac{\frac{15}{26}}{\frac{3}{18}} = \frac{15}{26} : \frac{3}{18} = \frac{15 \cdot 18}{26 \cdot 3} = \frac{45}{13} = \underline{\underline{3\frac{6}{13}}}$

50) $2\frac{7}{9} : \frac{15}{36} : \frac{5}{18} \cdot \frac{7}{21} \cdot 1\frac{1}{8} = \frac{25 \cdot 36 \cdot 18 \cdot 7 \cdot 9}{9 \cdot 15 \cdot 5 \cdot 21 \cdot 8} = \underline{\underline{9}}$

51) $\frac{7}{40} = 7 : 40 = 0{,}175$

```
70
40
---
300
280
---
 200
 200
 ---
```

$\frac{7}{40} = \underline{\underline{0{,}175}}$

52) $\frac{16}{25} = 16 : 25 = 0{,}64$

```
160
150
---
 100
 100
 ---
```

$\frac{16}{25} = \underline{\underline{0{,}64}}$

53) $\frac{14}{37} = 14 : 37 = 0{,}378378\ldots$

```
140
111
———
 290
 259
 ———
  310
  296
  ———
   140
   111
   ———
    290
    259
    ———
     310
     296
```

$\frac{14}{37} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}378378\ldots}}}$

54) $5\frac{3}{5} + 0{,}476 + 3\frac{7}{10} + 2{,}65 = ?$

$5\frac{3}{5} = \frac{28}{5} = 5{,}6;\ 3\frac{7}{10} = 3{,}7$

$5{,}6 + 0{,}476 + 3{,}7 + 2{,}65 =$

```
   5,6
 + 0,476
 + 3,7
 + 2,65
 ———————
  12,426
```

$5\frac{3}{5} + 0{,}476 + 3\frac{7}{10} + 2{,}65 = \underline{\underline{\mathbf{12{,}426}}}$

55) $\dfrac{\overset{\overset{17{,}09}{85{,}45}}{256{,}35} \cdot \overset{\overset{0{,}01}{0{,}13}}{0{,}39}}{\underset{5}{15} \cdot \underset{\underset{0{,}2}{2{,}6}}{7{,}8}} = \dfrac{0{,}1709}{0{,}2} = \underline{\underline{\mathbf{0{,}8545}}}$

56) Lösung: $\dfrac{\overset{35{,}05}{315{,}45} \cdot 3 \cdot \overset{4}{16} \cdot \overset{5}{25}}{\underset{2{,}78}{25{,}02} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \underset{2}{8}} = \dfrac{35{,}05 \cdot 3 \cdot 5}{2{,}78 \cdot 2} = \dfrac{105{,}15 \cdot 5}{5{,}56} = \dfrac{525{,}75}{5{,}56} \approx \underline{\underline{\mathbf{94{,}56}}}$

Nebenrechnung: $52575 : 556 = 94{,}559 \approx 94{,}56$

```
5004
————
 2535
 2224
 ————
  3110
  2780
  ————
   3300
   2780
   ————
    5200
```

57) Rechnungsgang: Die Aufgabe wird in der Form eines Dreisatzes derart geschrieben, daß die unbekannte Arbeitszeit rechts steht. Dann ist von dem Vielfachen von 760 mm auf 1 mm und von da wiederum auf 1260 mm zu schließen.

Lösung:

Um eine 760 mm lange Welle abzudrehen, braucht man 24 Minuten
„ „ 1260 „ „ „ „ „ „ x „

Um eine 760 mm lange Welle abzudrehen, braucht man 24 Minuten
„ „ 1 „ „ „ „ „ „ $\frac{24}{760}$ „
„ „ 1260 „ „ „ „ „ „ $\frac{24 \cdot 1260}{760}$ „

$x = \dfrac{\overset{6}{24} \cdot 1260}{\underset{19}{760}} = 39{,}8 \approx 40$ Minuten

Das Abdrehen einer 1260 mm langen Welle wird **40 Minuten** dauern.

Nebenrechnungen: $\frac{126 \cdot 6}{756}$

$756 : 19 = 39{,}78$
57
186
171
150
133
170
152
18

58) Lösung:

Ein Lastkraftwagen verbraucht auf 138 km 65 *l* Kraftstoff
„ „ „ „ 100 „ x *l* „

Ein Lastkraftwagen verbraucht auf 138 km 65 *l* Kraftstoff
„ „ „ „ 1 „ $\frac{65}{138}$ *l* „
„ „ „ „ 100 „ $\frac{65 \cdot 100}{138}$ *l* „

$$x = \frac{65 \cdot 100}{138} = 47{,}1 \approx 47$$

Der Lastkraftwagen verbraucht auf 100 km **47 *l*** Kraftstoff.

Nebenrechnung: $6500 : 138 = 47{,}1$
552
980
966
140
138
2

59) Bei 8stündiger Arbeitszeit brauchen wir 26 Tage
„ 10 „ „ „ „ x „

$$x = \frac{26 \cdot 8}{10} = 20{,}8 \approx 21 \text{ Tage}$$

Bei 10stündiger Arbeitszeit kann die Arbeit in **21 Tagen** ausgeführt werden.

60) Rechnungsgang: Eine Pumpe füllt den Behälter in $4\frac{1}{2}$ Stunden. Beide zusammen fördern in einer Minute $2{,}5 + 1{,}8 = 4{,}3$ m³, sie brauchen also weniger Zeit.

Lösung:

Bei einer Fördermenge von 2,5 m³/min dauert das Füllen $4\frac{1}{2}$ Std.
„ „ „ „ 4,3 „ „ „ „ „ x „

$$x = \frac{4\frac{1}{2} \cdot 2{,}5}{4{,}3} = \frac{9 \cdot 25}{2 \cdot 43} = 2{,}62 \text{ Std.} = 2 \text{ Std. } 37 \text{ Min.}$$

Wenn beide Pumpen fördern, dauert das Füllen des Behälters **2 Stunden 37 Minuten.**

Nebenrechnung: 225 : 86 = 2,616 ≈ 2,62 Stunden

```
225 : 86 = 2,616
172
 530
 516
  140
   86
   540
   516
    24
```

61) Lösung:

Bei einem Verbrauch von 32 l/100 km kommt der Lastkraftwagen 285 km weit
„ „ „ „ 26 l/100 km „ „ „ x „ „

$$x = \frac{285 \cdot 32}{26} = 350 \text{ km}$$

Nach der Überholung kommt der Lastkraftwagen **350 km** weit.

Nebenrechnungen:

$$\frac{285 \cdot 32}{26}$$ (32 gekürzt zu 16, 26 gekürzt zu 13)

```
285 · 16        4560 : 13 = 351
 1710           39
  285            66
 4560            65
                  10
```

62) 100 kg Stabstahl kosten 22 RM.
1 „ „ kostet $\frac{22}{100}$ „
1350 „ „ kosten $\frac{22 \cdot 1350}{100} = 297$ RM.

Für Kleinmaterial werden 6% zum Preise geschlagen.
1% von 297 RM. = 2,97 RM.
6% „ 297 „ = 6 · 2,97 = 17,82 RM.

Kosten für 1350 kg Stabstahl	297,00 RM.
Zuschlag für Kleinmaterial	17,82 „
Gesamte Werkstoffkosten	314,82 RM.

Die gesamten Werkstoffkosten betragen **314,82 RM.**

63) 12% = $\frac{12}{100}$ von 143 min sind $\frac{12 \cdot 143}{100} = 17,16$ min

Die gesamte Drehzeit der Welle beträgt 143 + 17,16 = 160,16 min = 2,67 Stunden.

Für eine Stunde erhält der Dreher 0,87 RM.
„ 2,67 Stunden „ „ „ 2,67 · 0,87 = 2,32 RM.

Die Lohnkosten für die Fertigung der Welle betragen **2,32 RM.**

64) Rechnungsgang: Vom Rohgewicht gehen 8% bei der Bearbeitung verloren. Von 100% des Rohgewichtes bleiben also nach der Bearbeitung 100 — 8 = 92% übrig. Diese 92% stellen das Gewicht des Graugußkolbens im fertigen Zustand dar.

Lösung:

$$\begin{array}{l} 92\% \text{ wiegen } 1{,}38 \text{ kg} \\ \underline{100\% \quad ,, \quad x \quad ,,} \\ x = \frac{1{,}38 \cdot 100}{92} = 1{,}5 \text{ kg} \end{array}$$

Der Rohling wiegt **1,5 kg.**

65) Lösung:

$$\begin{array}{l} 6350 \text{ RM. sind } 100\% \\ \underline{8875 \quad ,, \quad ,, \quad x\ \%} \\ x = \frac{100 \cdot 8875}{6350} = 139{,}7 \approx 140\% \end{array}$$

Die Unkosten der Werkstatt betragen **140%** von den Löhnen.

Nebenrechnungen:

$$\frac{100 \cdot 8875}{6350} = \frac{17750}{127}$$

(8875 gekürzt zu 1775, 6350 gekürzt zu 127)

$$\begin{array}{l} 17750 : 127 = 139{,}8 \\ \underline{127} \\ \ 505 \\ \ \underline{381} \\ \ 1240 \\ \ \underline{1143} \\ \quad 970 \\ \quad \underline{889} \\ \quad\ \ 81 \end{array}$$

66) 3 Schraubstöcke kosten 3 · 42 = 126 RM.

1% Skonto von 126 RM. ist 1,26 RM.
$2\frac{1}{2}\%$ „ „ 126 „ sind 2,5 · 1,26 = 3,15 RM.

Rechnungssumme	126,00 RM.
$2\frac{1}{2}\%$ Skonto	3,15 „
Zu zahlen	122,85 RM.

Es sind **122,85 RM.** zu zahlen.

67) 1‰ von 38000 RM. ist 38 RM.
$2\frac{1}{4}$‰ „ 38000 „ sind 2,25 · 38 = 85,50 RM.

Es sind jährlich **85,50 RM.** an die Versicherungsgesellschaft zu zahlen.

68)

$$\begin{array}{l} 72\% \text{ der Leistung sind } 12{,}5 \text{ PS} \\ \underline{100\% \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad x \quad ,,} \\ x = \frac{12{,}5 \cdot 100}{72} = 17{,}36 \text{ PS} \end{array}$$

Die Antriebsmaschine muß **17,36 PS** stark sein.

69) **Lösung:** Es müssen Zinsen gezahlt werden:

im Februar für 30 — 10 .... =	20 Tage
„ März bis September für 7 · 30 =	210 „
„ Oktober für	23 „
zusammen für	253 Tage

1% Zinsen von 2800 RM. sind in einem Jahr 28 RM.
5,5% „ „ 2800 „ „ „ „ „ $5{,}5 \cdot 28 = 154$ RM.

Zinsen für 360 Tage = 154 RM.
„ „ 253 „ = x „

$$x = \frac{154 \cdot 253}{360} = 108{,}23 \text{ RM.}$$

Darlehen	2800,00 RM.
Zinsen	108,23 „
Zurückzuzahlen	2908,23 RM.

Zurückzuzahlen sind **2908,23 RM.**

Nebenrechnungen:

$28 \cdot 5{,}5$
140
140
154,0

$$\frac{154 \cdot 252}{360} = \frac{154 \cdot 7}{10} = 107{,}8$$

(gekürzt: 252 → 63 → 7; 360 → 90 → 10)

70) **Lösung:** 1550000 t sind 100%
520000 t „ x %

$$x = \frac{100 \cdot 520\,000}{1\,550\,000} = 33{,}5\%$$

Der Anteil Deutschlands an der Welterzeugung an Benzol beträgt **33,5%.**

Nebenrechnungen:

$$\frac{100 \cdot 520\,000}{1\,550\,000} = \frac{5200}{155} = \frac{1040}{31}$$

1040 : 31 = 33,5
93
110
93
170
155
15

71) $\frac{2}{5} = 2:5 = 0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{40}{100} = \underline{\underline{40\%}}$

$\frac{7}{8} = 7:8 = 0{,}875 = \frac{875}{1000} = \frac{87{,}5}{100} = \underline{\underline{87{,}5\%}}$

$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} = 9:4 = 2{,}25 = \frac{225}{100} = \underline{\underline{225\%}}$

$0{,}138 = \frac{138}{1000} = \frac{13{,}8}{100} = \underline{\underline{13{,}8\%}}$

$0{,}6 = 0{,}60 = \frac{60}{100} = \underline{\underline{60\%}}$

$3{,}25 = \frac{325}{100} = \underline{\underline{325\%}}$

$0{,}84 = \frac{84}{100} = \underline{\underline{84\%}}$

$0{,}05 = \frac{5}{100} = \underline{\underline{5\%}}$

72) $92\% = \frac{92}{100} = \underline{\underline{0{,}92}}$

$156\% = \frac{156}{100} = \underline{\underline{1{,}56}}$

$6\% = \frac{6}{100} = \underline{\underline{0{,}06}}$

$0{,}8\% = \frac{0{,}8}{100} = \frac{8}{1000} = \underline{\underline{0{,}008}}$

$24\% = \frac{24}{100} = \underline{\underline{0{,}24}}$

Aus der Flächenberechnung

1) Lösung: $F = g \cdot h = 145 \cdot 286 = 41\,470 \text{ m}^2$

Das Grundstück hat einen Flächeninhalt von **41 470 m²**.

Nebenrechnung:

```
 145 · 286
 ---------
   870
  1160
  290
 -----
 41470
```

2) Lösung:

Flächeninhalt der Werkstatt = Länge mal Breite = $23{,}75 \cdot 14{,}65 = 348 \text{ m}^2$

Der Flächeninhalt der Werkstatt beträgt **348 m²**.

Nebenrechnung:

```
  23,75 · 14,65
  -------------
   11875
  14250
  9500
 2375
 ---------
 347,9375 ≈ 348
```

3) Lösung:

Flächeninhalt der gesamten Werkstatt:		$18 \cdot 42 = 756 \text{ m}^2$
„ des Lagers:	$6 \cdot 15 = 90 \text{ m}^2$	
„ „ Geschäftsz.:	$4 \cdot 7 = 28 \text{ m}^2$	$- 118 \text{ m}^2$
Verbleibender Arbeitsraum		$= 638 \text{ m}^2$

Der verbleibende Arbeitsraum ist **638 m²** groß.

Nebenrechnung:

```
 42 · 18
 -------
 336
 42
 ---
 756
```

4) **Rechnungsgang:** Die Fläche des Bauplatzes setzt sich zusammen aus einem Parallelogramm und einem Dreieck. Das Parallelogramm hat die Grundlinie $g = 175$ m und die Höhe $h_1 = 62$ m, das Dreieck hat die Grundlinie $g = 175$ m und die Höhe $h_2 = 56$ m. Die Gesamtfläche ist also Inhalt des Parallelogramms + Inhalt des Dreiecks:

$$F = g \cdot h_1 + \frac{g \cdot h_2}{2}$$

Lösung: Flächeninhalt des Bauplatzes

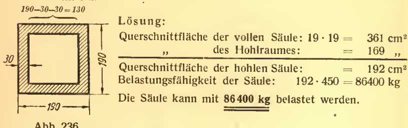
$$= 175 \cdot 62 + \frac{175 \cdot 56}{2} = 10850 + 4900 = 15750 \text{ m}^2$$

Der Bauplatz hat einen Flächeninhalt von **15750 m²**.

Nebenrechnungen:

175 · 62	175 · 56
350	1050
1050	875
10850	9800 : 2 = 4900

5) **Rechnungsgang:** Da wir wissen, mit wieviel Druck ein cm² belastet werden kann, errechnen wir den Querschnitt der Säule in cm². Wir setzen daher alle Maße in cm ein.



Lösung:

Querschnittfläche der vollen Säule: 19 · 19 =	361 cm²
„ des Hohlraumes: =	169 „
Querschnittfläche der hohlen Säule: =	192 cm²
Belastungsfähigkeit der Säule: 192 · 450 =	86400 kg

Die Säule kann mit **86400 kg** belastet werden.

Abb. 236

Nebenrechnungen:

19 · 19	13 · 13	192 · 450
171	39	9600
19	13	768
361	169	86400

6) **Rechnungsgang:** Die Wandfläche hat die Form eines gleichschenkligen Trapezes. Ihr Flächeninhalt in m² ist mit dem Preis für 1 m² malzunehmen.

Lösung: Flächeninhalt der Wand

$$= \frac{12{,}75 + 15{,}25}{2} \cdot 5{,}15 = 72{,}10 \text{ m}^2$$

Kosten der Verschalung = 72,10 · 5,85 = 421,79 RM.

Die Verschalung der Wandfläche kostet **421,79 RM.**

Nebenrechnungen:

12,75	5,15 · 14	72,1 · 5,85
+ 15,25	2060	3605
28,00 : 2 = 14	515	5768
	72,10	3605
		421,785 ≈ 421,79

1) $32° 18' 35'' + 31° 16' 8''$

$$\begin{array}{r} 32° 18' 35'' \\ + 31° 16' 8'' \\ \hline = \mathbf{63° 34' 43''} \end{array}$$

2) $77° 48' 59'' + 12° 11' 1''$

$$\begin{array}{r} 77° 48' 59'' \\ + 12° 11' 1'' \\ \hline = 89° 59' 60'' \\ = 89° 60' \\ = \mathbf{90°} \end{array}$$

3) $122° 45' 40'' + 22° 14' 20''$

$$\begin{array}{r} 122° 45' 40'' \\ + 22° 14' 20'' \\ \hline = 144° 59' 60'' \\ = 144° 60' \\ = \mathbf{145°} \end{array}$$

4) $80° 30' 15'' - 15° 10' 11''$

$$\begin{array}{r} 80° 30' 15'' \\ - 15° 10' 11'' \\ \hline = \mathbf{65° 20' 4''} \end{array}$$

5) $90° - 22° 30' 10'' =$
$89° 59' 60'' - 22° 30' 10''$

$$\begin{array}{r} 89° 59' 60'' \\ - 22° 30' 10'' \\ \hline = \mathbf{67° 29' 50''} \end{array}$$

6) $122° 0' 30'' - 118° 48' 45'' =$
$121° 60' 30'' - 118° 48' 45'' =$
$121° 59' 90'' - 118° 48' 45''$

$$\begin{array}{r} 121° 59' 90'' \\ - 118° 48' 45'' \\ \hline = \mathbf{3° 11' 45''} \end{array}$$

7) $23° 15' 17'' \cdot 3 = \mathbf{69° 45' 51''}$

8) $21° 15' 22'' \cdot 3 = 63° 45' 66''$
$= \mathbf{63° 46' 6''}$

9) $21° 28' 8'' \cdot 7 = 147° 196' 56''$
$= \mathbf{150° 16' 56''}$

10) $45° 24' 18'' : 3 = \mathbf{15° 8' 6''}$

11) $23° 5' 10'' : 2 = 22° 65' 10'' : 2$
$= 22° 64' 70'' : 2 = \mathbf{11° 32' 35''}$

12) $37° 29' 4'' : 4 = 36° 89' 4'' : 4$
$= 36° 88' 64'' : 4 = \mathbf{9° 22' 16''}$

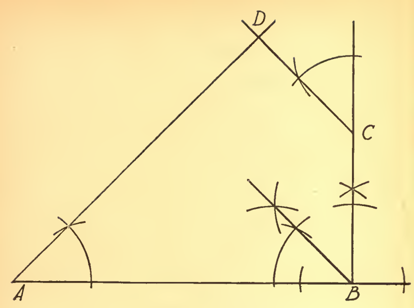


Abb. 237 Knotenblech

13) Wir gehen aus von der Strecke $AB = 450$ mm. Im Maßstab 1 : 5 ergibt sich für diese Länge eine Strecke von $45 : 5 = 9$ cm. Diese Strecke zeichnen wir zunächst. $\sphericalangle ABC$ soll 90° betragen, folglich ist in B auf AB die Senkrechte zu errichten. Auf dieser Senkrechten tragen wir die Strecke $BC = 200$ mm im Maßstab 1 : 5, also $20 : 5 = 4$ cm, ab. Um einen Winkel von 45° zu erhalten, halbieren wir den rechten Winkel ABC. Den so gewonnenen Winkel von 45° tragen wir in A an AB an. Um den Winkel $BCD = 135°$ zu erhalten, verlängern wir BC über C hinaus. Diese Gerade bildet einen Winkel von 180°. Wenn wir nun an diese Gerade einen Winkel von 45° mit dem Scheitel in C so antragen, wie es uns die Abbildung zeigt, so schneidet sein freier Schenkel den Schenkel des in A angetragenen Winkels im Punkt D. Der Winkel BCD ist $180° - 45° = 135°$. Damit ist das Viereck $ABCD$ die Darstellung des in der Aufgabe verlangten Knotenbleches im Maßstab 1 : 5.

14) Zum Zeichnen der Ellipse gehen wir aus von den beiden Durchmessern, deren Längen uns gegeben sind. Der große Durchmesser $A—B$ soll 400 mm lang sein. Im Maßstab 1 : 5 ergibt sich $400 : 5 = 80$ mm und für den kleinen Durchmesser $C—D$ von 300 mm $300 : 5 = 60$ mm. Der kleine Durchmesser wird als Mittelsenkrechte des großen Durchmessers konstruiert. Die erforderlichen Parallelen zum halben großen und halben kleinen Durchmesser ergeben den Punkt E.

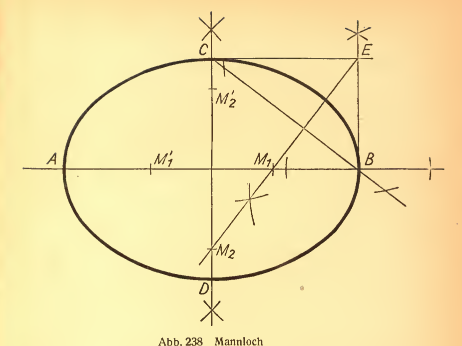


Abb. 238 Mannloch

Das Lot von E auf die Verbindungslinie der Punkte C und B ergibt die gesuchten Mittelpunkte M_1 und M_2. M'_1 und M'_2 werden übertragen. Die Ergänzung der Ellipsenlinie zwischen den Kreisbögen können wir bei einer Vorentwurfsskizze freihändig oder mit Hilfe des Kurvenlineals vornehmen.

Beantwortung der Wiederholungsfragen

1) Eine Gerade ist nach keiner Richtung begrenzt.
   Ein Strahl ist nach einer Richtung begrenzt.
   Eine Strecke ist nach beiden Richtungen begrenzt.

2) Längenmaße: 1 m = 10 dm   1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
   1 dm = 10 cm   1 km = 1000 m
   1 cm = 10 mm

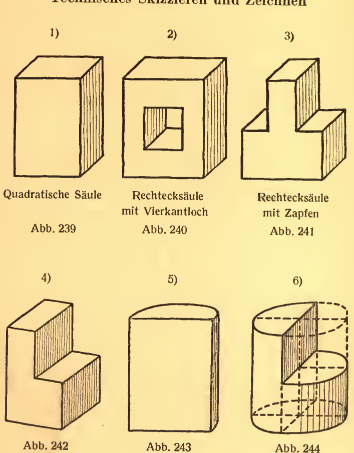
   Flächenmaße: $1\ m^2 = 10 \cdot 10 = 100\ dm^2$ $1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10000\ cm^2 = 1000000\ mm^2$
   $1\ dm^2 = 10 \cdot 10 = 100\ cm^2$ $1\ ha = 10000\ m^2$, $1\ a = 100\ m^2$
   $1\ cm^2 = 10 \cdot 10 = 100\ mm^2$ $1\ km^2 = 1000000\ m^2$

3) Der Vollwinkel (Kreis) wird in 360° eingeteilt. $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.
Neue Teilung: Vollwinkel $= 400^g$, $1^g = 100^c$, $1^c = 100^{cc}$.

4) Als stumpfe Winkel gelten Winkel zwischen 90° und 180° oder 100^g und 200^g.

5) Als überstreckte (überstumpfe) Winkel bezeichnet man Winkel zwischen 180° und 360° oder zwischen 200^g und 400^g.

Technisches Skizzieren und Zeichnen



Quadratische Säule — Abb. 239

Rechtecksäule mit Vierkantloch — Abb. 240

Rechtecksäule mit Zapfen — Abb. 241

Abb. 242

Abb. 243

Abb. 244

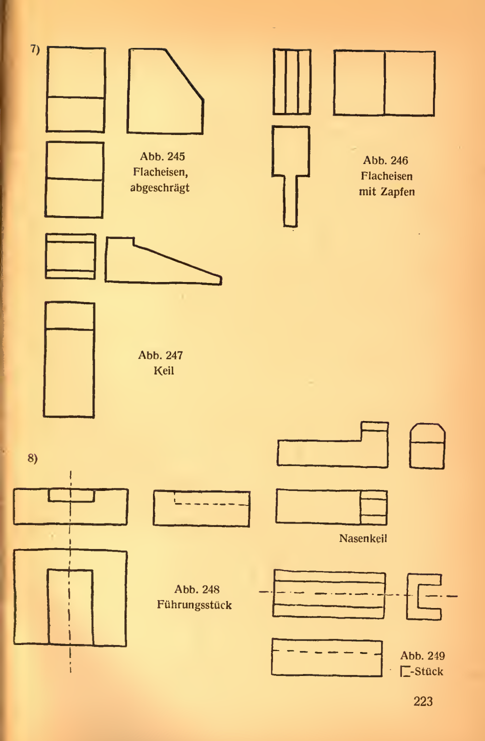


Abb. 245
Flacheisen,
abgeschrägt

Abb. 246
Flacheisen
mit Zapfen

Abb. 247
Keil

Abb. 248
Führungsstück

Abb. 249
⊏-Stück

9)

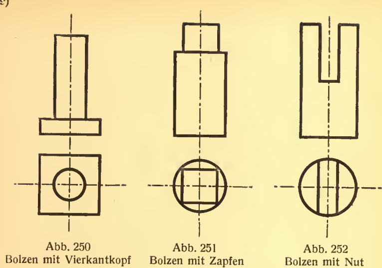


Abb. 250
Bolzen mit Vierkantkopf

Abb. 251
Bolzen mit Zapfen

Abb. 252
Bolzen mit Nut

10)

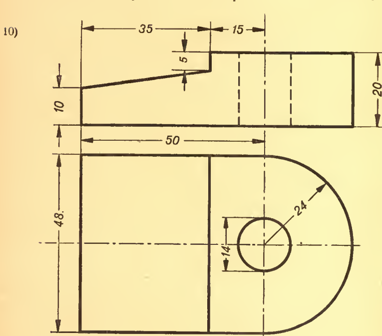


Abb. 253 Klemmplatte

11)

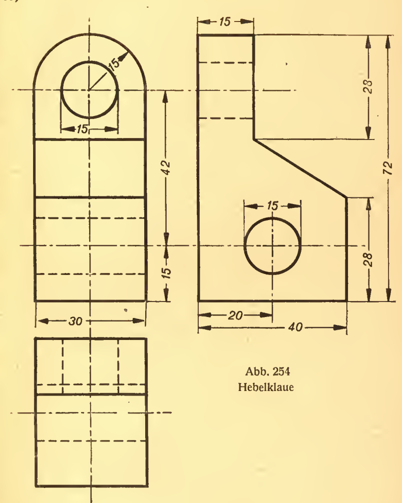


Abb. 254
Hebelklaue



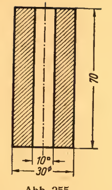


Abb. 255
Bolzen mit Vierkantloch

13)

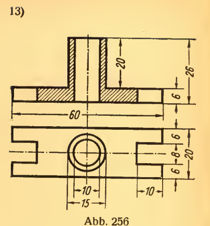


Abb. 256
Mitnehmerscheibe

14)

Abb. 257
Ankerklotz

15)

Abb. 258
Führungsplatte

16)

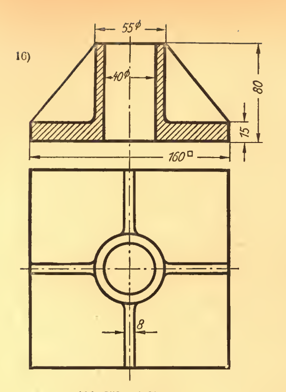


Abb. 259 Fußlager

17)

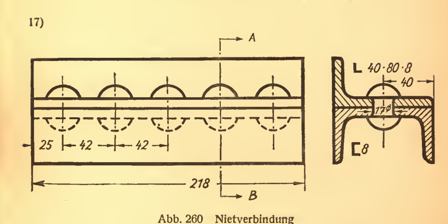
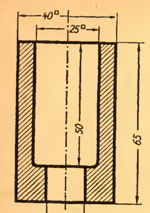
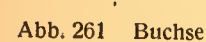


Abb. 260 Nietverbindung






Abb. 261 Buchse

19)

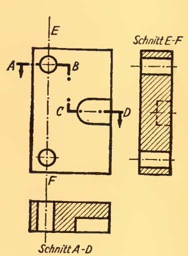


Abb. 262 Flacheisenschiene



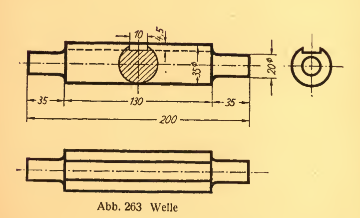


Abb. 263 Welle

21)

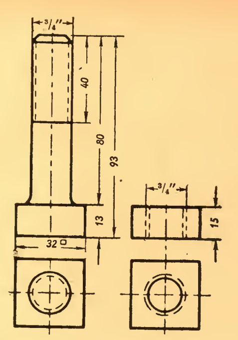


Abb. 264 Vierkantschraube mit Mutter


22)

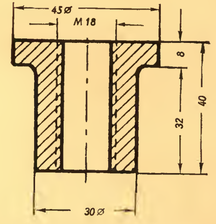


Abb. 265 Buchse mit Innengewinde

23)

24)

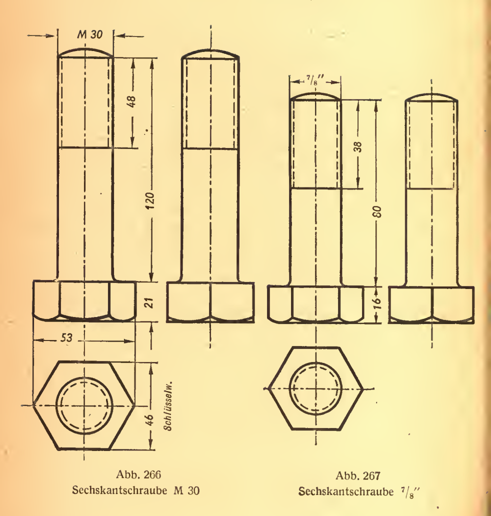


Abb. 266
Sechskantschraube M 30

Abb. 267
Sechskantschraube $^{7}/_{8}''$

25)

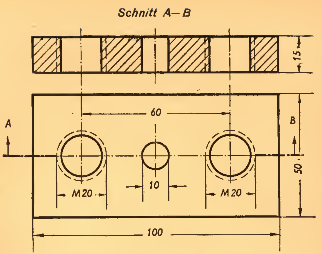


Abb. 268 Verschlußplatte

26)

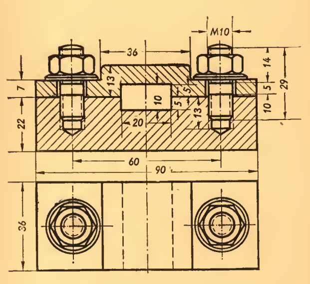


Abb. 269 Spannvorrichtung

1) Stahl-spä-ne, Sand-strahl-ge-blä-se, Teer-öl, ölig[1], Geh-rung, Scher-fe-stig-keit, Öse[1], Scha-blo-ne, Zen-trum, A-sphalt[1], Kröp-fung, Nok-ken-wel-le.

2) Der Stahl ist stumpf. Ich breche die Kanten. Faß zu! Kann ich die Zeichnung haben? Das geht nicht.[2] Wirst du nicht dieses Loch gleich mitbohren? Aber nun Schluß!

3) Die Temperatur in diesem elektrischen Härteofen beträgt augenblicklich achthundertzehn Grad.

Hauptwörter: Temperatur, Härteofen, Grad
Eigenschaftswort: elektrisch
Zeitwort: betragen (beträgt)
Zahlwort: achthundertzehn
Fürwort: dieser (diesem)
Verhältniswort: in
Umstandswort: augenblicklich
Geschlechtswort: die

4)

männlich	weiblich	sächlich
der, ein Kran der, ein Draht der, ein Talg der, ein Teer der, ein Schrank	die, eine Soda die, eine Ebene die, eine Skizze	das, ein Glas das, ein Petroleum das, ein Wachs das, ein Eisen das, ein Zinn das, ein Datum

5) der Hammer — die Hämmer, die Zange — die Zangen, der Draht — die Drähte, das Lager — die Lager, der Lohn — die Löhne, der Zirkel — die Zirkel, das Häuschen — die Häuschen, das Werkzeug — die Werkzeuge, die Zahl — die Zahlen, die Axt — die Äxte, der Löffel — die Löffel.

[1] Beim Abteilen sollen Einzelbuchstaben möglichst nicht allein stehen.

[2] Bei entsprechender Betonung könnte dieser Satz auch als Ausruf aufgefaßt werden. Dann müßte ein Ausrufezeichen gesetzt werden.

6) der Motor	das Feuer	der Amboß	die Zange
des Motors	des Feuers	des Ambosses	der Zange
dem Motor	dem Feuer	dem Amboß	der Zange
den Motor	das Feuer	den Amboß	die Zange
die Motoren	die Feuer	die Ambosse	die Zangen
der Motoren	der Feuer	der Ambosse	der Zangen
den Motoren	den Feuern	den Ambossen	den Zangen
die Motoren	die Feuer	die Ambosse	die Zangen

das Gewölbe	der Haken	das Modell	die Zahl
des Gewölbes	des Hakens	des Modells	der Zahl
dem Gewölbe	dem Haken	dem Modell	der Zahl
das Gewölbe	den Haken	das Modell	die Zahl
die Gewölbe	die Haken	die Modelle	die Zahlen
der Gewölbe	der Haken	der Modelle	der Zahlen
den Gewölben	den Haken	den Modellen	den Zahlen
die Gewölbe	die Haken.	die Modelle	die Zahlen

die Arbeit	das Gerüst
der Arbeit	des Gerüstes
der Arbeit	dem Gerüst
die Arbeit	das Gerüst
die Arbeiten	die Gerüste
der Arbeiten	der Gerüste
den Arbeiten	den Gerüsten
die Arbeiten	die Gerüste

7) die Mutter	die Mutter	die Leiter	der Leiter
der Mutter	der Mutter	der Leiter	des Leiters
der Mutter	der Mutter	der Leiter	dem Leiter
die Mutter	die Mutter	die Leiter	den Leiter
die Mütter	die Muttern	die Leitern	die Leiter
der Mütter	der Muttern	der Leitern	der Leiter
den Müttern	den Muttern	den Leitern	den Leitern
die Mütter	die Muttern	die Leitern	die Leiter

der Mast	die Mast	das Schild	der Schild
des Mastes	der Mast	des Schildes	des Schildes
dem Mast(e)	der Mast	dem Schild(e)	dem Schild(e)
den Mast	die Mast	das Schild	den Schild
die Maste(n)		die Schilder	die Schilde
der Maste(n)		der Schilder	der Schilde
den Masten		den Schildern	den Schilden
die Maste(n)		die Schilder	die Schilde

das Tor	der Tor	der Stift	das Stift
des Tores	des Toren	des Stiftes	des Stiftes
dem Tor(e)	dem Tor	dem Stift(e)	dem Stift(e)
das Tor	den Tor	den Stift	das Stift
die Tore	die Toren	die Stifte	die Stifte
der Tore	der Toren	der Stifte	der Stifte
den Toren	den Toren	den Stiften	den Stiften
die Tore	die Toren	die Stifte	die Stifte

8) Münchens neue Bauten;

Baumeister Schinkels Entwurf, der Entwurf des Baumeisters Schinkel;

die Rede Dr. Goebbels', Dr. Goebbels' Rede;

das Geburtshaus des Buchdruckers Gutenberg, Buchdrucker Gutenbergs Geburtshaus;

eine Anordnung des Ministerpräsidenten Reichsmarschall Hermann Göring;

Wilhelm Bauers erstes Unterseeboot.

9) Inserat	Anzeige
Offerte	Angebot
Export	Ausfuhr
Produkt	Erzeugnis
Garantie	Gewähr
Adresse	Anschrift
Telephon	Fernsprecher
Transportband	Förderband
Tachometer	Geschwindigkeitsmesser
Resultat	Ergebnis
Qualität	Güte
Fabrikation	Herstellung
Plakat	Anschlag, Aushang
Reparatur	Ausbesserung
Reklamation	Beanstandung

10) der dünne Draht — des dünnen Drahtes — mit dünnem Draht;

das scharfe, spitze Messer — des scharfen, spitzen Messers — mit scharfem, spitzem Messer;

die helle, saubere Werkstatt — der hellen, sauberen Werkstatt — in heller, sauberer Werkstatt;

die alte, unbrauchbare Maschine — der alten, unbrauchbaren Maschine — mit alter, unbrauchbarer Maschine;

das volle, reichhaltige Lager — des vollen, reichhaltigen Lagers — aus vollem, reichhaltigem Lager.

11) schwerwiegender Entschluß — der schwerwiegendste Entschluß; hochempfindliches Meßgerät — höchstempfindliches Meßgerät; tiefgegründetes Fundament — tiefstgegründetes Fundament.

12) Es ist leicht, mit entsprechenden Werkzeugen Schweres zu heben. Als der Ingenieur gerufen wurde, ahnte er nichts Gutes. Die Fachbücherei enthält nur neuere Werke, ältere werden ausgeschieden. Das Gute siegt, das Schlechte stürzt. Der Vortrag brachte wenig Neues. Die neue Konstruktion hat gegenüber der alten viele Vorteile.

13) siebzehn, sechsunddreißig, fünfhundertsiebenundfünfzig, ein achtel Liter, der vierte Teil, dreiviertel (drei Viertel)!

14) Auf und unter der Werkbank liegen Werkzeuge. Mein Arbeitskamerad hat den gleichen Fehler gemacht wie ich. Er prüfte die Werkstücke und sortierte sie. Die alte und die neue Maschine wurden in derselben Fabrik hergestellt. (Unveränderter Satz.)

15) Im 1. Satz: der = bezügliches Fürwort.
„ 2. „ : wir = persönliches Fürwort, uns = rückbezügliches Fürwort.
„ 3. „ : was = bezügliches Fürwort.
„ 4. „ : sich = rückbezügliches Fürwort.
„ 5. „ : der = bezügliches Fürwort.
„ 6. „ : dies = hinweisendes Fürwort, unsere = besitzanzeigendes Fürwort.
„ 7. „ : solche = hinweisendes Fürwort.

NOTIZEN

NOTIZEN

NOTIZEN



HERAUSGEGEBEN VOM OBERKOMMANDO DER WEHRMACHT
ABT. J/WU IN DER REIHE DER TORNISTERSCHRIFTEN
IN VERBINDUNG MIT DER DAF. AMT FÜR BERUFSERZIEHUNG
UND BETRIEBSFÜHRUNG